

Experimentos computacionales con métodos lineales en el reconocimiento taxonómico de insectos

Diego R. Ochoa-Tocachi^{1,2} , Johnatan Liria² , Moisés Gualapuro² , Ana Soto-Vivas³ ,
Daniel E. Mendoza⁴ 

¹ Departamento de Matemáticas, Universidad San Francisco de Quito, Av. Diego de Robles y Vía Interoceánica, CP:170901, Quito, Ecuador.

² Grupo de Matemáticas y Física, Universidad Regional Amazónica IKIAM, Km 7 Vía Muyuna, CP:150102, Tena, Ecuador.

³ Carrera de Ciencias Biológicas, Universidad Central del Ecuador, Av. Universitaria, CP:170403, Quito, Ecuador.

⁴ Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Cuenca, Av. 12 de Abril, CP:010112, Cuenca, Ecuador.

Autor para correspondencia: dochoat@usfq.edu.ec

Fecha de recepción: 17 de julio 2017 - Fecha de aceptación: 20 de septiembre 2017

RESUMEN

Métodos de reconocimiento de objetos se aplicaron para la clasificación taxonómica mediante extracción de información característica de imágenes de alas de insectos. Se compara las alas de dos grupos de insectos (*Hemiptera: Triatominae* y *Ceratopogonidae: Culicoides*) a partir del análisis de las imágenes de distintos niveles taxonómicos (género, subgénero y especie). Contrario a la morfometría geométrica, la cual requiere la digitalización previa de coordenadas que expliquen la geometría del ala, el procesamiento completo de la imagen con ruido, mediante métodos lineales, muestra que aquellos basados en entrenamiento supervisado logran, en promedio, el mismo resultado que el método tradicional. Esto sugiere que toda la estructura del ala posee información taxonómica relevante.

Palabras clave: taxonomía, descomposición espectral, reconocimiento, morfometría, PCA, LDA, LPP, SRDA.

ABSTRACT

Object recognition methods are applied for taxonomic classification by extracting characteristic information of insect wing images. We analysed wing images of two insect groups (*Hemiptera: Triatominae* and *Ceratopogonidae: Culicoides*) and different taxonomic levels (genus, subgenus and species). Instead of using a traditional method such as geometric morphometry, which requires the prior digitization of coordinates that explain the wing geometry, we processed the complete noisy images using lineal methods. Our results show that methods based on supervised training achieve, on average, the same outcome as the traditional method, which indeed suggests that the entire wing structure has relevant taxonomic information.

Keywords: taxonomy, spectral decomposition, recognition, morphometrics, PCA, LDA, LPP, SRDA.

1. INTRODUCCIÓN

El reconocimiento facial humano (RFH) ha evolucionado rápidamente desde enfoques geométricos hasta la inclusión de resultados de análisis funcional, geometría diferencial y procesamiento de señales

(Belhumeur, Hespanha, & Kriegman, 1997; Bledsoe, 1966; Bruce, 1988; Cai, He, & Han, 2007; Cai, He, & Han, 2008; Chellappa, Wilson, & Sirohey, 1995; He & Niyogi, 2004; He, Yan, Hu, Niyogi, & Zhang, 2005; Mohamed et al., 2015; Singh & Sahan, 2013; Tan & Yan, 1999; Turk & Pentland, 1991a; Turk & Pentland, 1991b; Yan et al., 2007 & 2005; Zhao et al., 2003). Siendo el rostro humano un distintivo característico de nuestra especie, no lo es, sin embargo, en otras. Por ejemplo, se ha observado que en ciertas especies de insectos, tales como los *Triatomino*s, su distintivo fenotípico son las alas y además la taxonomía se construye en base a ellas (Soto-Vivas, 2009). De ahí que, la aplicación de estos métodos fuera del campo de reconocimiento humano está iniciando (Favret & Sieracki, 2015; Martineau et al., 2017). Con base en estos resultados, particularmente en biología, la técnica tradicional usada para reconocer o clasificar estas especies es conocida como morfometría geométrica, uno de los primeros enfoques ya usado en RFH. Esta técnica presenta sensibilidad a la manipulación por el investigador (Zelditch, Swiderski, & Sheets, 2012). Aunque los métodos de transformaciones lineales de RFH presenten problemas en cuanto a las características y calidad de las imágenes (Belhumeur et al., 1997), han logrado mostrar buenos resultados bajo cierto preprocesamiento de ellas, ser buenos candidatos de uso por su sencillez y ser completamente automatizables (Turk & Pentland, 1991a, 1991b).

En esta investigación aplicamos cuatro métodos de extracción de características globales (GFE, por sus siglas en inglés) (Bruce, 1988), basados en reducción dimensional (DR, por sus siglas en inglés) (Roweis & Saul, 2000; Yan et al., 2007, 2005) y descomposición espectral (SD, por sus siglas en inglés) (Cai et al., 2007, 2008; Chung, 1997), en bases de datos de imágenes pertenecientes a dos especies de insectos, *Hemiptera: Triatominae* y *Ceratopogonidae: Culicoides*, con el fin de evaluar su rendimiento a través de la precisión de acierto en la identificación y clasificación de individuos en dos niveles de su taxonomía

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. Datos

Las fotografías se obtuvieron de ejemplares depositados en siete colecciones entomológicas. Se dispone de imágenes de alas para las dos especies y de cabezas solamente para la primera (Fig. 1).

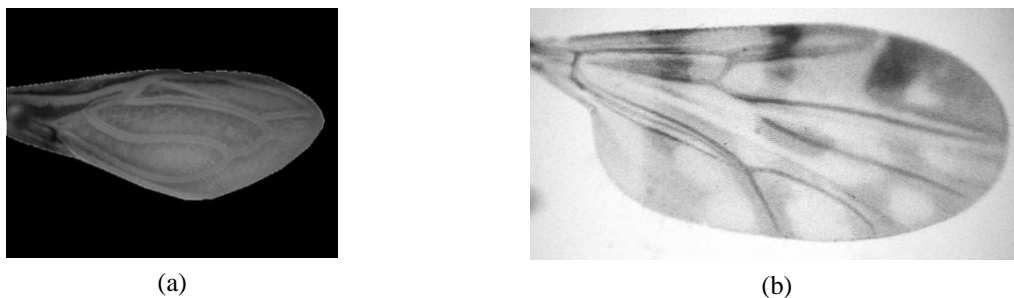


Figura 1. Ejemplares de las fotografías de alas. (a) *Triatomino*s. (b) *Culicoides*.

Como se encuentra resumido en la Tabla 1, cuatro clases de bases de datos de fotografías en escala de grises 8 bits fueron utilizadas para los *Triatomino*s (T^*), siendo tres de ellas de alas y una de cabezas. Una base de datos de alas fue utilizada para los *Culicoides* (C^*).

Cada fotografía fue representada por una matriz $F_i \in \Gamma^{w \times h}$ en donde w, h son el ancho (horizontal) y el largo (vertical) de la fotografía, respectivamente, y $\Gamma = \{0, \dots, 255\}$. Γ representa los valores posibles para fotografías en escala de grises de 8 bits. Luego, cada matriz es vectorizada, es decir, $x_i = \text{vec}(F_i)$.

Tabla 1. Base de datos y sus características.

Base de datos	Sección Corporal	Cantidad de fotografías	Cantidad de especies	Tamaño (pixels)
T3	Alas	8	3	512x384
T3C	T3 con centrado manual			
T6	Alas	15	4	1024x512
T7	Cabeza	16.75 (prom.)	4	513x1024
C5	Alas	12.33 (prom)	3	980x512

2.2. General Graph Embedding Projection

Dadas $m \in \mathbb{N}$ muestras $\{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^m \in \mathbb{R}^n$ representando los datos, encontrar $\{\mathbf{z}_i\}_{i=1}^m \in \mathbb{R}^d$ con $d \ll n$ en donde \mathbf{z}_i puede representar \mathbf{x}_i , $i = 1, \dots, m$. Este problema se llama Reducción dimensional.

Sea $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{d \times n}$ un mapa lineal tal que $\mathbf{z}_i = \mathbf{W}\mathbf{x}_i$ y $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_i]_{i=1}^m$.

El método más familiar es el Análisis de Componentes Principales (PCA, por sus siglas en inglés) (Bruce, 1988): $\max_{\mathbf{w}} \frac{\mathbf{w}^T \mathbf{X} \mathbf{X}^T \mathbf{w}}{\mathbf{w}^T \mathbf{w}}$. Sin embargo, este método está relacionado a una clase de problemas de optimización más amplio, conocido como General Graph embedding Projection (He & Niyogi, 2004; He et al., 2005): sea $\mathbf{y} = [y_i]_{i=1}^m$ un mapa del espacio de muestras hacia la línea real \mathbb{R} . Dado un grafo completo $K = (\{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^m, \mathbf{S})$ en donde $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ es una matriz simétrica, en donde \mathbf{S}_{ij} es el peso del arco $(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$, encontrar \mathbf{y} tal que

$$\min \sum \mathbf{S}_{ij} (y_i - y_j)^2.$$

Si $\mathbf{y} = \mathbf{X}^T \mathbf{w}$, tenemos que $\max_{\mathbf{w}} \frac{\mathbf{w}^T \mathbf{X} \mathbf{S} \mathbf{X}^T \mathbf{w}}{\mathbf{w}^T \mathbf{D} \mathbf{w}}$ en donde $\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{S}$ es el grafo laplaciano y $\mathbf{D} = f(\mathbf{S})$ es una matriz diagonal. Los vectores \mathbf{w} representan las características, extraídas gracias al problema de optimización anterior.

De aquí se pueden construir los siguientes métodos bien conocidos (Belhumeur et al., 1997; He & Niyogi, 2004; He et al., 2005; Yan et al., 2007, 2005):

- ULPP (He & Niyogi, 2004; He et al., 2005), si $\mathbf{S}_{ij} = \begin{cases} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|}{t}\right) & \text{si } \mathbf{x}_i \in N_k(\mathbf{x}_j), \mathbf{D}_{ii} = \sum_j \mathbf{S}_{ij} \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$
- SLPP (He & Niyogi, 2004; He et al., 2005), si $\mathbf{S}_{ij} = \begin{cases} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|}{t}\right) & \text{si } \mathbf{x}_i \text{ y } \mathbf{x}_j \text{ son de la misma clase, } \mathbf{D}_{ii} = \sum_j \mathbf{S}_{ij} \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$
- LDA (Cai et al., 2008), si $\mathbf{S}_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{m_k} & \text{si } \mathbf{x}_i \text{ y } \mathbf{x}_j \text{ son de la misma clase, } \mathbf{D} = \mathbf{I} \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$

FDA (Belhumeur et al., 1997), siendo una variación de LDA en la fase PCA, con el número de componentes principales restringido al número de muestras menos el número de clases.

SRDA (Cai et al., 2007, 2008), si \mathbf{S}_{ij} es definido como en LDA y \mathbf{L} como la suma de los grafos laplacianos de ULPP y LDA.

Siendo PCA y ULPP métodos no-supervisados, LDA, FDA y SLPP métodos supervisados y SRDA un método semi-supervisado. En esta investigación SRDA no es aplicado.

Los métodos fueron programados en Octave v4.2 y ejecutados en un computador con C.P.U. Intel Xeon E5620, R.A.M. de 92 GB y S.O. Linux Rocks v6.1.

2.3. Preprocesamiento, parámetros, experimentos y medidas

Las fotografías fueron preprocesadas mediante la combinación de centrado y normalizado para todos los métodos. A excepción de los métodos LPP, los métodos no llevan parámetros, sin embargo, la variación se da en los datos de entrada (entrenamiento y test) mediante preprocesamiento. Los valores

de parámetros para los métodos LPP fueron $k, t \in \mathbb{N}, k, t \in \{1, \dots, 5\}$. Seis escenarios por base de datos fueron evaluados (Tabla 2). Para los métodos LPP solamente se evaluaron los escenarios V1, V3, V4 y V6.

Como medida de rendimiento usamos la relación entre el número de aciertos y el número total de imágenes en el conjunto de prueba, es decir, la precisión de identificación.

Todos los métodos fueron aplicados a todas las bases de datos, salvo los métodos LPP en T3 y T7. Los sufijos en las bases de datos, 60 o 70, se refiere al porcentaje de fotografías usadas en el entrenamiento.

Se realizaron 100 experimentos de reconocimiento y clasificación por cada método, base de datos y escenario, con 100 realizaciones cada uno. Para cada realización, las fotografías de entrenamiento se seleccionaron aleatoriamente, de acuerdo con el porcentaje requerido. El resto de las fotografías conformaban el conjunto de prueba.

Tabla 2. Escenarios debido al preprocesamiento de las fotografías.

Escenarios	Preprocesamiento	Método de clasificación*
V1	Centrado y Normalizado	NCC
V2	Normalizado	NCC
V3	Original	NCC
V4	Centrado y Normalizado	kNN
V5	Normalizado	kNN
V6	Original	kNN

* Descritos más adelante.

2.4. Clasificación

Para la identificación y clasificación se usaron dos métodos de clustering, a saber, k-Vecinos más cercanos (kNN, por sus siglas en inglés) (Coomans & Massart, 1982) y Centro de clase más cercano (NCC, por sus siglas en inglés) (MacQueen, 1967) debido a la definición de \mathcal{S} en los métodos. Se seleccionó para kNN, 5 vecinos más cercanos debido a que es el número mínimo de fotografías, con respecto a todas las bases de datos, en el conjunto de entrenamiento.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos con respecto a la métrica son resumidos en las Tablas 3 y 4. La Tabla 3 muestra los dos métodos con el mejor rendimiento sobre todo los otros por cada base de datos. La Tabla 4 el peor método por cada base de datos. Por una parte, los métodos que mejor responden a la identificación son los LDA y, por otra parte, el que peor se comporta es PCA. La diferencia radica en que en LDA (y FDA), al ser supervisado, se incluye la información taxonómica en la base de datos de entrenamiento. Esto sugiere que, aunque el ala contenga información relevante para la taxonomía, es complejo extraerla por los métodos no supervisados.

Se evaluó dos veces la base de datos C5 debido a la diferencia de elección de la cantidad de fotografías en los datos de entrenamiento. Como se ve en la Tabla 3, existe una pequeña diferencia entre los mejores resultados de la identificación mientras que no existe ninguna diferencia entre los peores.

Tabla 3. Mejor rendimiento (precisión de identificación) con respecto a cada base de datos.

Base de datos	Método	Escenario	Rendimiento
C5_60	FDA	V4	84.0%
C5_60	LDA	V1	82.6%
C5_60	LDA	V4	82.6%
C5_70	FDA	V4	84.6%
C5_70	FDA	V5	84.2%
T3_70	PCA	V4	81.9%
T3_70	PCA	V6	78.1%
T3c_70	FDA	V6	99.7%
T3c_70	LDA	V3	99.7%
T3c_70	LDA	V6	99.7%
T6_70	LDA	V1	80.3%
T6_70	LDA	V4	80.3%
T7_70	LDA	V1	84.2%
T7_70	LDA	V4	84.2%

Tabla 4. Peor rendimiento (precisión de identificación) con respecto a cada base de datos.

Base de datos	Método	Escenario	Rendimiento
C5_60	PCA	V6	65.3%
C5_70	PCA	V6	65.3%
T3_70	PCA	V2	48.9%
T3c_70	PCA	V2	82.4%
T6_70	ULPP	V2	47.8%
T7_70	PCA	V1	73.9%

Por otra parte, la diferencia entre la resolución de las fotografías (tamaño en pixels) se puede apreciar en los rendimientos de las bases de datos T3 y T6. Si bien se aumentó una especie a esta última y además se duplicó, aproximadamente, la cantidad de fotografías por especie, estos crecimientos no tuvieron un impacto positivo en la precisión de identificación.

Particularmente, la base de datos T3c_70, que es la base de datos T3_70 corregida en rotación y traslación, muestra prácticamente un acierto completo. Esto se debe a que la información común intra especie y no común inter especie es extraída correctamente por, al menos, LDA.

La comparación entre partes corporales se da entre las bases de datos T3 o T6 (alas) y T7 (cabezas). La base de datos en la cual se mejora la precisión de los modelos es T7. Aunque la diferencia no es muy significativa en la Tabla 3, lo es en la Tabla 4. En otras palabras, los métodos evaluados se comportan mejor con cabezas que con alas, con respecto a la identificación de especies. Es por esto que la taxonomía de estas especies incluye a las cabezas como soporte de su construcción (Soto-Vivas, 2009). Como se puede ver en la sección 2.2, esta familia de métodos usa estadísticos (ponderados) de segundo orden para extraer las características. Entonces, es posible que métodos como Análisis de Componentes Independientes (ICA, por sus siglas en inglés) (Bartlett, 2001), al ser capaces de usar información estadística de orden superior, logren extraer información de las alas que no poseen una quasi simetría en su estructura, como es el caso de las cabezas o rostros.

Finalmente, la Figura 2 muestra el rendimiento de los métodos con respecto a los escenarios. En general, los métodos supervisados alcanzan mejor rendimiento que aquellos no supervisados. La base de datos que presenta más dispersión en los resultados de identificación es T3 y T6, relativo a T7. En T3c se puede ver como los métodos no supervisados, aunque todos obtengan mejores resultados que en T3, no logran extraer la información característica de manera eficiente como los supervisados.

Nuevamente, la variación de la cantidad fotografías en la base de entrenamiento no exhibe una diferencia significativa en el rendimiento de los métodos (base de datos C5).

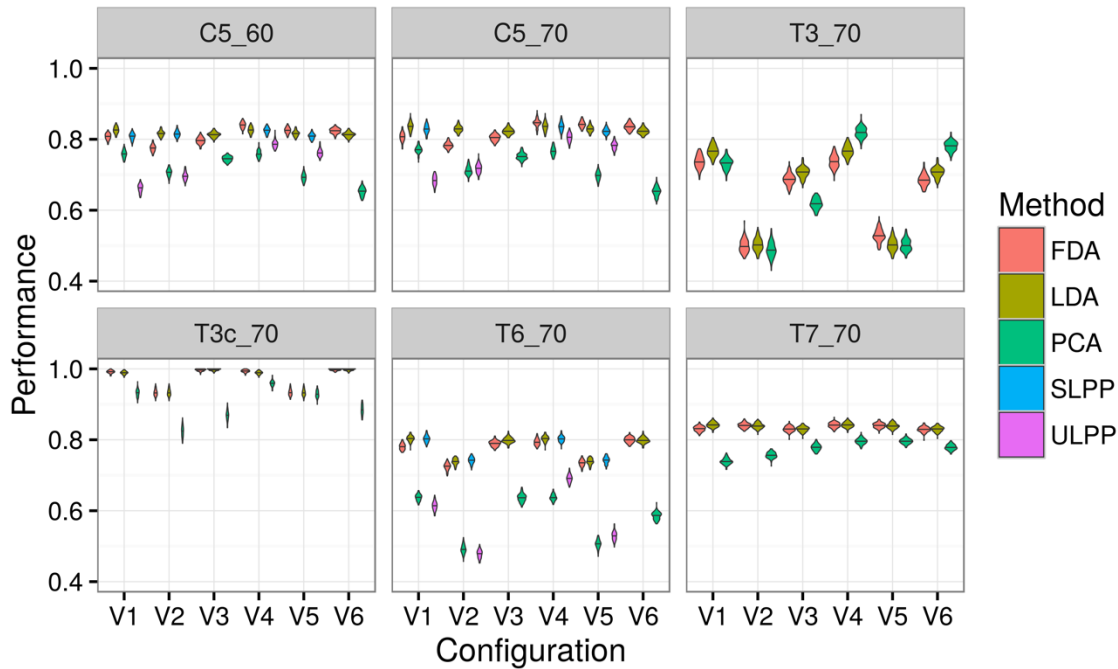


Figura 2. Rendimiento de los métodos.

4. CONCLUSIONES

Los resultados presentan similitud estadística con la literatura de RFH y de identificación de especies, incluso, dada la alta cantidad de ruido en las imágenes. La comparación de la cantidad de información común para la extracción entre las alas (T3 o T6) y cabezas (T7) muestra que, de las últimas, al menos se puede extraer un poco más de información característica para la discriminación taxonómica. La cuantificación de esta diferencia se podría estudiar introduciendo teoría de la información, como por ejemplo Linsker (1988), en donde se muestra como el principio de Preservación Máxima de Información está presente en PCA.

Si bien los resultados se aplican a bases de datos relativamente pequeñas (Favret & Sieracki, 2016), muestran que métodos más sofisticados de RFH pueden ser escalados en cantidad de imágenes y complejidad de la taxonomía. No obstante, esto no sugiere que la construcción automática de la taxonomía, como un sistema de referencia general, pueda ser puesta en marcha (de Carvalho, Bockmann, Amorim, & Brandão, 2008). Es necesario recalcar que los métodos usados en esta investigación proveen mejor precisión de identificación bajo entrenamiento supervisado, es decir, es necesario que la taxonomía haya sido creada *a priori* y provista como entrada de la máquina; bajo entrenamiento no supervisado o supervisado, la entrada principal de las máquinas es una proyección bidimensional de tan solo una parte del insecto, que es usada para construir tal sistema de referencia; y que el output no permite proveer una descripción científica completa del individuo. Sin embargo, mediante la modificación del algoritmo, el output podría sugerir, como mucho, la existencia de nuevas especies.

5. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue posible gracias al esfuerzo conjunto de la Universidad Regional IKIAM y bajo el apoyo de la Universidad Central del Ecuador, la Universidad San Francisco de Quito y la Universidad de Cuenca.

REFERENCIAS

- Bartlett, M. S. (2001). Independent Component Representations for Face Recognition BT - Face Image Analysis by Unsupervised Learning. In M. S. Bartlett (Ed.) (pp. 39-67). Boston, MA: Springer US. https://doi.org/10.1007/978-1-4615-1637-8_3
- Belhumeur, P., Hespanha, J., Kriegman, D. (1997). Eigenfaces vs. Fisherfaces: recognition using class specific linear projection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(7), 711–720. <https://doi.org/10.1109/34.598228>
- Bledsoe, W. W. (1966). The model method in facial recognition. *Panoramic Research Inc., Palo Alto, CA, Rep. PR1, 15, 47.*
- Bruce, V. (1988). *Recognising faces. Essays in cognitive psychology.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cai, D., He, X., Han, J. (2007). Spectral Regression: A Unified Approach for Sparse Subspace Learning. In *Seventh IEEE International Conference on Data Mining (ICDM 2007)* (pp. 73-82). <https://doi.org/10.1109/ICDM.2007.89>
- Cai, D., He, X., Han, J. (2008). SRDA: An efficient algorithm for large-scale discriminant analysis. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 20(1), 1-12.
- Chellappa, R., Wilson, C. L., Sirohey, S. (1995). Human and machine recognition of faces: a survey. *Proceedings of the IEEE*, 83(5), 705–741. <https://doi.org/10.1109/5.381842>
- Chung, F. R. K. (1997). *Spectral graph theory.* American Mathematical Soc.
- Coomans, D., Massart, D. L. (1982). Alternative k-nearest neighbour rules in supervised pattern recognition: Part 1. k-Nearest neighbour classification by using alternative voting rules. *Analytica Chimica Acta*, 136, 15-27.
- de Carvalho, M. R., Bockmann, F. A., Amorim, D. S., Brandão, C. R. F. (2008). Systematics must Embrace Comparative Biology and Evolution, not Speed and Automation. *Evolutionary Biology*, 35(2), 150–157. <https://doi.org/10.1007/s11692-008-9018-7>
- Favret, C., Sieracki, J. (2015). Machine vision automated species identification scaled towards production levels. *Systematic Entomology*, 41(1), 133–143. <https://doi.org/10.1111/syen.12146>
- He, X., Niyogi, P. (2004). Locality Preserving Projections. In: Thrun, S., Saul, L. K., Schölkopf, B. (Eds.), *Advances in Neural Information Processing Systems 16* (pp. 153–160). MIT Press. Retrieved from <http://papers.nips.cc/paper/2359-locality-preserving-projections.pdf>
- He, X., Yan, S., Hu, Y., Niyogi, P., Zhang, H.-J. (2005). Face recognition using Laplacianfaces. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 27(3), 328-340. <https://doi.org/10.1109/TPAMI.2005.55>
- Linsker, R. (1988). Self-organization in a perceptual network. *Computer*, 21(3), 105-117.
- MacQueen, J. (1967). Some methods for classification and analysis of multivariate observations. In *Proceedings of the fifth Berkeley symposium on mathematical statistics and probability* (Vol. 1, pp. 281-297).
- Martineau, M., Conte, D., Raveaux, R., Arnault, I., Munier, D., Venturini, G. (2017). A Survey on Image-based Insect Classification. *Pattern Recogn.*, 65(C), 273-284. <https://doi.org/10.1016/j.patcog.2016.12.020>

- Mohamed, B., Kamel, B. M., Redwan, T., Mohamed, S. (2015). A Novel Technique For Human Face Recognition Using Fractal Code and Bi-dimensional Subspace BT - Computer Science and Its Applications. In: Amine, A., Bellatreche, L., Elberrichi, Z., Neuhold, E. J., Wrembel, R. (Eds.) (pp. 31-42). Cham: Springer International Publishing.
- Roweis, S. T., Saul, L. K. (2000). Nonlinear Dimensionality Reduction by Locally Linear Embedding. *Science*, 290(5500), 2323 LP-2326. Retrieved from <http://science.sciencemag.org/content/290/5500/2323.abstract>
- Singh, C., Sahan, A. M. (2013). Face recognition using complex wavelet moments. *Optics & Laser Technology*, 47, 256–267. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.optlastec.2012.09.004>
- Soto-Vivas, A. (2009). Clave pictórica de triatóminos (Hemiptera: Triatominae) de Venezuela. *Boletín de Malariología y Salud Ambiental*, 49(2), 259-274.
- Tan, T., Yan, H. (1999). Face recognition by fractal transformations. In *1999 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Proceedings. ICASSP99 (Cat. No.99CH36258)* (Vol. 6, pp. 3537–3540 vol.6). <https://doi.org/10.1109/ICASSP.1999.757606>
- Turk, M. A., Pentland, A. P. (1991). Face recognition using eigenfaces. In *1991 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Proceedings* (pp. 586-591). <https://doi.org/10.1109/CVPR.1991.139758>
- Turk, M., Pentland, A. (1991). Eigenfaces for Recognition. *J. Cognitive Neuroscience*, 3(1), 71-86. <https://doi.org/10.1162/jocn.1991.3.1.71>
- Yan, S., Xu, D., Zhang, B., Zhang, H.-J. (2005). Graph embedding: a general framework for dimensionality reduction. In *2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'05)* (Vol. 2, pp. 830-837 vol. 2). <https://doi.org/10.1109/CVPR.2005.170>
- Yan, S., Xu, D., Zhang, B., Zhang, H. J., Yang, Q., Lin, S. (2007). Graph Embedding and Extensions: A General Framework for Dimensionality Reduction. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 29(1), 40–51. <https://doi.org/10.1109/TPAMI.2007.250598>
- Zelditch, M. L., Swiderski, D. L., Sheets, H. D. (2012). *Geometric morphometrics for biologists: a primer*. Academic Press.
- Zhao, W., Chellappa, R., Phillips, P. J., Rosenfeld, A. (2003). Face Recognition: A Literature Survey. *ACM Comput. Surv.*, 35(4), 399-458. <https://doi.org/10.1145/954339.954342>