

## La aplicación del análisis inverso de deslizamientos como herramienta para la determinación de los parámetros geomecánicos del suelo

*Jaime Bojorque Ñiguez*

Facultad de Ingeniería, Universidad de Cuenca, Av. 12 de Abril s/n, Cuenca, Ecuador

E-mail: jaime.bojorque@ucuenca.edu.ec

Fecha de recepción: 19 de septiembre/2010 - Fecha de aceptación: 25 de octubre 2010

### RESUMEN

Un deslizamiento de tierra puede ser considerado como un ensayo de campo a gran escala, donde el análisis a posteriori o modelación inversa proporciona directamente los parámetros geomecánicos del suelo. Por otra parte, se evita la necesidad de obtener una muestra representativa en campo para realizar los ensayos de laboratorio. En el presente manuscrito se propone un procedimiento numérico para el análisis a posteriori de deslizamientos, que combina el método de los elementos finitos con técnicas de optimización. Se emplearon los algoritmos de optimización no lineal de mínimos cuadrados denominado (NLLS) y el de minimizadores locales combinados (CLM). Un ejemplo ilustrativo es desarrollado considerando un talud simple y homogéneo. Los resultados obtenidos demuestran que el algoritmo implementado es eficiente y robusto, capaz de determinar adecuadamente las propiedades geomecánicas del suelo a posteriori de un deslizamiento. Este método supera muchas de las limitaciones e incertidumbres presentes en la determinación de los parámetros geomecánicos obtenidos a través de ensayos en el laboratorio o de pruebas in situ. Parámetros geomecánicos calculados mediante el presente algoritmo puede ser utilizados confiablemente para el análisis de la estabilidad de laderas con similares características o laderas que estén ubicadas en la misma zona de estudio.

Palabras clave: Modelización inversa, análisis a posteriori, elementos finitos, optimización, deslizamientos.

### ABSTRACT

A landslide can be considered as a large-scale field test, where back analysis or inverse modeling directly provides the soil strength parameters. Moreover, the necessity for determining a representative sample for the testing is avoided. A new method of determining soil parameters from back analysis of slope failures is presented in this paper, based on combining finite element analysis and optimization techniques. The optimization algorithms used in this study are the NonLinear Least Squares (NLLS) and the Coupled Local Minimizers (CLM). An illustrative example is presented, considering a simple homogenous slope. The results of the analysis show that the proposed technique is efficient to determining soil parameters from slope failures by retaining the advantages of finite element slope stability analysis. This process helps to overcome some limitations and uncertainties in the use of laboratory and in-situ tests. Generally, the errors involved in the back analysis of a slope failure will cancel out by applying the back analyzed shear strength in further analyses of new slopes in the same region. The back calculated values can also be efficiently used to analyze the stability of other slopes with similar characteristics.

Key words: Inverse modeling, back-analysis, finite element method, optimization, landslides.

## 1. INTRODUCCIÓN

Los parámetros de resistencia al corte de los suelos, cohesión  $c$  y ángulo de fricción  $\phi$ , pueden ser determinados con mayor confiabilidad a partir de la aplicación del análisis a posteriori (inverso) una vez ocurrido un deslizamiento. Estos parámetros, así obtenidos, son más representativos que aquellos obtenidos de pruebas de laboratorio o ensayos in situ, especialmente cuando se prevé la implementación de medidas de mitigación o corrección (Duncan y Stark, 1992; Greco, 1992). Los valores obtenidos del análisis a posteriori pueden ser empleados para el análisis de la estabilidad en pendientes que poseen características similares o que están ubicadas en la misma región.

Un deslizamiento puede ser considerado como una prueba de campo a gran escala, donde el análisis inverso es un procedimiento útil para estimar directamente los parámetros del suelo a lo largo de la superficie de falla. Este proceso ayuda a superar algunas de las limitaciones e incertidumbres presentes en el empleo de muestras de laboratorio necesarias para obtener los parámetros del suelo. Por otra parte, la necesidad de obtener una muestra representativa para realizar estos ensayos se evita. Los parámetros determinados por el análisis inverso consideran la influencia de la estructura del suelo, la heterogeneidad, la existencia de fisuras, las superficies de fallo pre-existentes, y las cargas a largo plazo (Tang y col., 1999). A pesar de las varias ventajas de la aplicación del análisis a posteriori para la determinación de la resistencia al corte, aspectos tales como las presiones de poros en el momento del fallo, en la mayoría de casos, son desconocidas influyendo en los resultados (Leroueil, 2001). Adicionalmente, la geometría tridimensional de la mayoría de los deslizamientos no es considerada resultando en una sobreestimación de los parámetros de resistencia (Hungar, 1987; Gens y col., 1988). Al no considerar los efectos tridimensionales se determinarán parámetros resistentes más altos, y si estos valores son empleados en un análisis posterior, los resultados podrían ser inseguros.

En un análisis a posteriori tradicional, empleado el Método de Equilibrio Limite (MEL), con el criterio de falla de Mohr-Coulomb con parámetros  $c$  y  $\phi$ , el proceso más simple para determinar las propiedades del suelo consiste en suponer un valor de  $c = 0$ , sin embargo, ensayos de laboratorio y/o pruebas in situ pueden orientar esta selección, especialmente en el caso de deslizamientos primarios (primera falla). Cuando un valor de la cohesión diferente de cero es previsto, el procedimiento, comúnmente empleado, es asumir el valor de solo un parámetro, ya sea la cohesión o el ángulo de fricción, y calcular el otro parámetro mediante la imposición de un factor de seguridad igual a la unidad (Duncan y Wright 2005). En este proceso, la geometría de la superficie de falla no es considerada, por lo tanto, este proceso podría determinar una superficie de falla que no es coherente con el mecanismo de falla real.

Un segundo enfoque consiste en utilizar la geometría de la superficie de falla para determinar los parámetros de resistencia. Este proceso se basa en el hecho de que para un factor de seguridad igual a la unidad, cada combinación  $c$ - $\phi$  producirá una única ubicación de la superficie de falla crítica (Wesley y Leelaratnam, 2001, Jiang y Yamagami, 2006). Como resultado de ello, mediante la comparación de la superficie de falla real con respecto a las determinadas a partir del análisis, es posible calcular los parámetros de resistencia que mejor representen la falla. Sin embargo, este proceso no determina una única combinación de los parámetros  $c$ - $\phi$ , debido a que varias combinaciones de estos parámetros podrían dar una misma superficie de falla. Por ejemplo, mantenimiento la relación  $c/\tan(\phi)$  constante, la ubicación donde la superficie de falla crítica se genera, será siempre la misma.

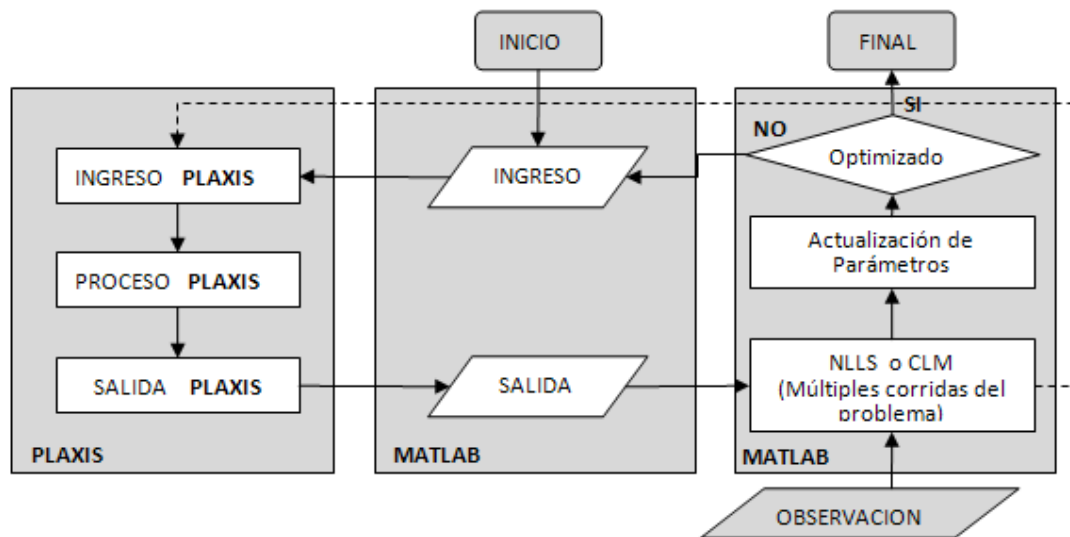
A pesar que el MEL se apoyan en supuestos tales como: la forma y la ubicación de la superficie de falla deben ser asumidos, el empleo de un factor de seguridad constante, la representación de las fuerzas interdovelas, el uso de procedimientos iterativos (Ashford y Sitar, 2001; Potts, 2003; Zheng, y col., 2005), hasta la fecha, el análisis a posteriori de deslizamientos se ha realizado utilizando el MEL. El Método de los Elementos Finitos (MEF), elimina estas imposiciones críticas y es más flexible al poder considerar diferentes características de las pendientes y geometrías complejas. Por lo tanto, un procedimiento numérico se propone en este manuscrito para el análisis a posteriori de deslizamientos combinando el método de los elementos finitos con técnicas de optimización. Primeramente, se describe el proceso de optimización, en el cual la matriz de sensibilidad se calcula con incrementos

fijos para evitar valores estacionarios. Después, un ejemplo ilustrativo es tratado destacando los beneficios de este enfoque.

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

Los métodos numéricos para el análisis de la estabilidad de pendientes, especialmente el MEF, ha tenido un gran impulso en las últimas décadas, pues ha demostrado ser aplicables a cualquier circunstancia, dando resultados similares a los obtenidos por métodos tradicionales, pero incrementando su potencial para futuras aplicaciones ya que no se basan en la imposición de la forma y ubicación de la superficie de falla, y pueden además tomar en consideración la interacción suelo-estructura (Zheng y col., 2005; Rocscience, 2004).

Por otro lado, las técnicas de optimización son cada vez más aplicadas debido al avance en el poder computacional. Los componentes básicos de un problema de optimización son una función objetivo a optimizar (minimizar), un conjunto de incógnitas (variables) que controla el valor de la función objetivo, y un conjunto de restricciones que permiten que las incógnitas asuman ciertos valores (optimización restringida). De esta manera, el problema de optimización consiste en encontrar los valores de las incógnitas que minimicen la función objetivo, siempre que se cumplan con las restricciones. En este contexto, la función objetivo es la desviación, el error, entre los datos experimentales (campo o laboratorio) y la predicción numérica.



**Figura 1.** Esquema de la ejecución del análisis inverso programado en MATLAB.

La Figura 1 presenta una representación esquemática de los procedimientos utilizados en este estudio para el análisis inverso, donde se usó el problema directo (solución numérica, resuelto en PLAXIS (PLAXIS, 2007)) y los algoritmos de optimización. Los algoritmos de optimización empleados en el presente estudio son: uno local (mínimos cuadrados no-lineales, NLLS) y uno global (minimizadores locales combinados, CLM). Estos algoritmos se implementaron en MATLAB, desde donde el problema directo es ejecutado. Debido a que PLAXIS es una aplicación independiente de MATLAB, una subrutina es generada para imitar el clic del ratón y ejecutar los comandos necesarios para introducir y recuperar los datos.

Una de las principales ventajas de la modelación inversa es que permite la calibración simultánea de múltiples parámetros. Sin embargo, las complejas situaciones encontradas en las aplicaciones geotécnicas hacen que los costos computacionales de modelización sean elevados, debido a los sistemas de ecuaciones no lineales evaluados. La no linealidad del sistema podría deberse a las características del material y/o características geométricas. La mayoría de los problemas reales que

implican la optimización no lineal, con complejas funciones objetivo, no tienen soluciones analíticas disponibles. Por lo tanto, se necesitan modelos numéricos para estimar la solución de los problemas geotécnicos, de ahí que el algoritmo llama al modelo numérico para calcular el gradiente de la función objetivo para evaluar la matriz de sensibilidad.

Un análisis de sensibilidad ayuda a reducir tanto el número de parámetros que intervienen en la calibración del modelo, como el número de ejecuciones del mismo. En el análisis de sensibilidad, todos los parámetros, excepto uno se suponen fijos y se analizan los resultados. La determinación de los parámetros sensibles ayuda en la identificación de las propiedades más relevantes con respecto a las observaciones (mediciones). Adicionalmente, información estadística para cuantificar la calidad de la modelización inversas puede ser fácilmente extraída del mismo proceso. Esta información estadística ayuda a verificar la confiabilidad de los parámetros estimados por el modelo (Schanz y col., 2006).

La matriz de sensibilidad se evalúa comúnmente mediante diferenciación finita para obtener el gradiente. A fin de evitar el cálculo de la matriz de sensibilidad utilizando cambios muy pequeños o muy grandes de los parámetros físicos, se propone en este estudio el empleo de un paso de longitud fija (incremento fijo). Este cambio sólo afecta al algoritmo estándar del gradiente. Este gradiente modificado permite superar los problemas de valores estacionarios. Por otra parte, el incremento fijo tiene un aspecto de ingeniería más concebido. Por ejemplo, al cambiar  $0,1^\circ$  en el ángulo de fricción, no habrá ningún efecto en la respuesta del sistema (ej. estabilidad de pendientes), mientras que un cambio de  $2^\circ$  afectará al sistema. Como diferentes propiedades del suelo tienen diferentes magnitudes relativas, se implementa un parámetro de escala al incremento fijo. Esta escala se introduce de acuerdo con los criterios definidos por el usuario en la variable  $X_{ref}$  (valor de referencia).

### 2.1. Algoritmos de optimización local y global

La función objetivo para el NLLS y CLM se define como un problema de mínimos cuadrados donde la función objetivo  $f(\mathbf{x})$  se expresa como:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{r}(\mathbf{x})^T \mathbf{r}(\mathbf{x}) \quad (1)$$

con

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} y_1^* - y_1(\mathbf{x}) \\ y_2^* - y_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ y_m^* - y_m(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (2)$$

donde cada elemento del vector de residuos  $m$ -dimensional  $\mathbf{r}(\mathbf{x})$  es una función del vector  $\mathbf{x}$   $n$ -dimensional con parámetros  $\mathbf{x}_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ). El vector de residuos contiene las diferencias entre los valores observados (medidos) ( $y_i^*$ ) y los valores calculados derivados del análisis numérico ( $y_i(\mathbf{x})$ ). Por ejemplo, en un deslizamiento, los valores observados pueden consistir en la ubicación de la superficie de falla, siendo las variables a analizar, la cohesión y el ángulo de fricción.

Los métodos de optimización local convergen rápidamente pero no garantizan la determinación del mínimo global de la función objetivo. Este es el caso del NLLS. El éxito de las técnicas de optimización basados en el gradiente depende en gran medida de la naturaleza de la función objetivo. Si la función objetivo contiene mínimos locales, el resultado de la optimización dependerá de la selección de los valores iniciales. Detalles específicos del algoritmo de optimización no lineal de mínimos cuadrados se puede encontrar en (MATLAB, 2007).

El método CLM ofrece una alternativa valiosa ya que combina las ventajas de los algoritmos locales sobre la base del gradiente y el enfoque global de los algoritmos genéticos (estrategia paralela e intercambio de información) (Teughels y col., 2003). La técnica CLM se ha aplicado en una amplia gama de problemas de optimización. Para obtener detalles completos de esta herramienta ver (Badsar

y col., 2007). El CLM es un método híbrido entre uno local y uno de optimización global, donde se utiliza un número de puntos de búsqueda para encontrar el mínimo global de la función objetivo (Suykens y col., 2001; Teughels, 2003). El paquete de herramientas del CLM contiene un conjunto de funciones de MATLAB para preparar la entrada, para llevar a cabo el procedimiento de optimización, y visualizar el proceso en tiempo real. Este método puede evitar mínimos locales en la búsqueda de funciones objetivo multidimensionales complejas (Badsar y col., 2007; Degrande y col., 2008).

El método CLM utiliza una población de búsqueda de  $N$  puntos, en el cual una función objetivo promedio es determinada y minimizada. En lugar de realizar búsquedas independientes por cada uno de los puntos, como en la optimización local de múltiple inicio, el conjunto de optimizadores se acoplan con el fin de crear una interacción de modo que la población genera un mínimo. El resultado, así obtenido, es superior que el mejor resultado obtenido a partir de todos los procesos locales individuales. El número de los puntos de búsqueda  $N$  necesarios para lograr un buen desempeño depende de la forma de la función objetivo, y se elige teniendo en cuenta la robustez del algoritmo y el costo computacional. Si  $N$  es demasiado pequeño, la exploración del espacio de búsqueda puede ser pobre y el mínimo global puede no ser determinado (Teughels y col., 2003).

## 2.2. Modelación inversa en Geotecnia

En la práctica geotécnica, el análisis inverso se ha centrado en dos aspectos principales. El primero se refiere a la calibración de modelos constitutivos del suelo sobre la base de datos de laboratorio (Zentar, 2001; Calvello y Finno, 2004; Schanz y col., 2006). En general, es muy difícil obtener parámetros reales del suelo a través de ensayos de laboratorio, debido a la heterogeneidad del suelo, la perturbación en la toma de muestras, los aparatos y métodos utilizados en el ensayo, y la calidad de operación en los ensayos, entre otros procesos (Wang y col., 2007). El segundo aspecto se refiere a la identificación de parámetros en modelos geotécnicos basado en observaciones de campo. Algunos ejemplos de estas aplicaciones son: excavaciones profundas (Rechea y col., 2008), problemas de túneles (Cividini y Gioda, 2003), muros delgados (Levasseur y col., 2008), terraplenes en arcillas blandas (Hommels y Molenkamp, 2006), excavaciones arriostradas (Finno y Calvello, 2005), y deslizamientos inducidos por lluvias (Calvello y col., 2008).

## 3. Resultados y Discusión

### 3.1. Ejemplo numérico, análisis a posteriori de deslizamientos

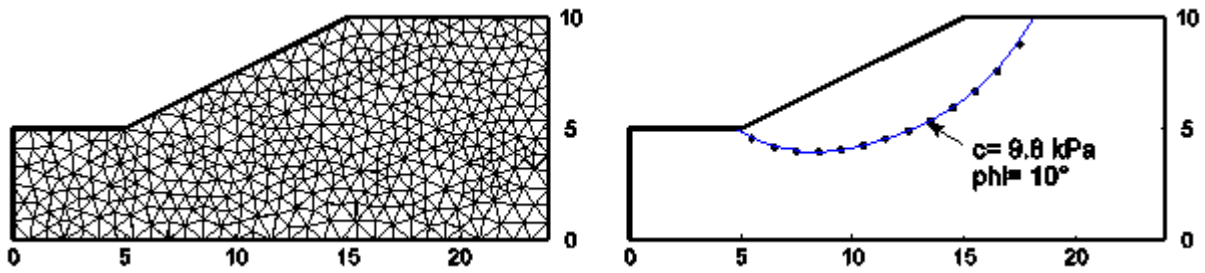
El procedimiento del análisis inverso para la determinación de los parámetros de resistencia de los suelos utilizando el MEF y algoritmos de optimización se ilustra con el siguiente ejemplo. Con la finalidad de validar los resultados, el modelo geométrico es extraído de la literatura. El ejemplo corresponde a una pendiente homogénea inclinada 2H:1V (Jiang y Yamagami, 2006).

Las propiedades del suelo son  $c = 9,8$  kPa y  $\phi = 10^\circ$ . El modelo del suelo se considera que sigue la regla de flujo asociada. El factor de seguridad obtenido, empleado la técnica de reducción de la resistencia por elementos finitos, es igual a 1,34. La Figura 2a muestra el modelo de elementos finitos integrado por 822 elementos triangulares (15-nodos cada elemento) dando un total de 6741 nodos. La superficie de falla (objetivo) se presenta en la Figura 2b que fue determinada en base de los contornos máximos de corte obtenidos a partir de un análisis de reducción de la resistencia del suelo (Bojorque, 2009).

De las ecuaciones (1) y (2) se observa que  $y_i^*$  representa los valores observados,  $y_i(\mathbf{x})$  representa los valores calculados del análisis numérico. Las componentes del vector de residuos  $\mathbf{r}(\mathbf{x})$  contiene las discrepancias en la ubicación de la superficie de falla. La dimensión  $\mathbf{m}$  del vector de residuos, para el presente ejemplo, es de 13, y la dimensión  $\mathbf{n}$  del vector de parámetros ( $\mathbf{x}$ ) es de 2 ( $c$  y  $\phi$ ).

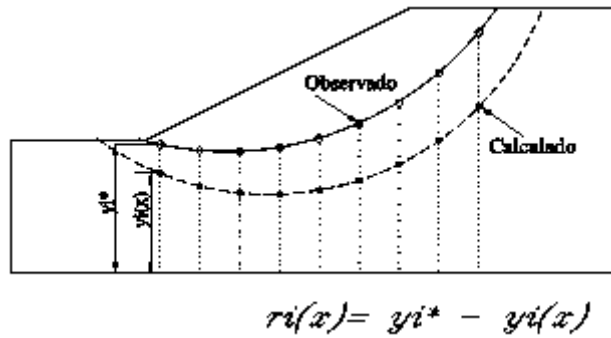
En este ejemplo, solo dos parámetros ( $c$  y  $\phi$ ) se optimizan, por lo tanto, es posible mostrar los contornos de la función objetivo obtenidos de variar la cohesión desde un valor 1 a 40 kPa y el ángulo de fricción desde 1 a  $30^\circ$  en incrementos de 1 kPa y  $1^\circ$ , respectivamente. Este análisis genera 1200

puntos que son la base para procesar los contornos de la función objetivo. La Figura 4 presenta la forma de la función objetivo en función de  $c$  y  $\phi$ , para el presente ejemplo.

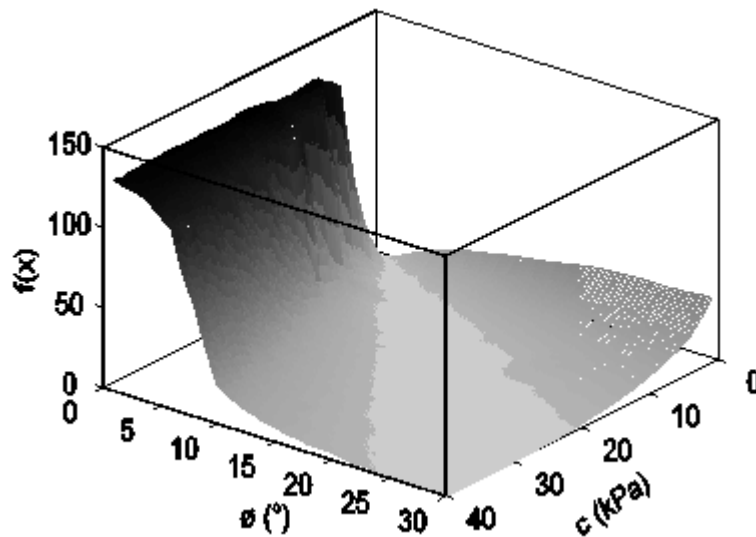


**Figura 2.** Geometría del modelo (a) Discretización en elementos finitos; (b) Superficie de falla objetivo.

La función objetivo se formula con respecto a las profundidades observadas de la superficie de falla frente a los valores numéricos calculados (Figura 3).



**Figura 3.** Esquema para el cálculo de los errores entre los valores observados y calculados.



**Figura 4.** Forma de la función objetivo a partir de 1200 puntos calculados.

Se puede observar que algunas combinaciones de los parámetros de resistencia  $c$ - $\phi$  producen la misma superficie de falla, lo que se observa con los mismos valores de  $f(x)$ . Cuando el valor del ángulo de fricción es bajo, la diferencia entre la superficie de deslizamiento observada y calculada es

mayor. Para propósitos de visualización, los resultados se presentarán sobre un gráfico de contorno 2D. La Figura 5 muestra los contornos de la función objetivo en dos dimensiones. Se puede observar que a lo largo de una banda ancha se obtienen valores de la función objetivo inferiores a la unidad (área más oscura), en esta zona, la diferencia entre la superficie de falla observada y calculada es pequeña con valores de  $f(x) < 1$ .

El tiempo de cálculo para un análisis (ejecución del problema directo y optimización) toma alrededor de diez minutos (PC Pentium IV, 2 GB de RAM), esta información es necesaria para comparar el tiempo de cálculo entre el algoritmo del NLLS y el del CLM.

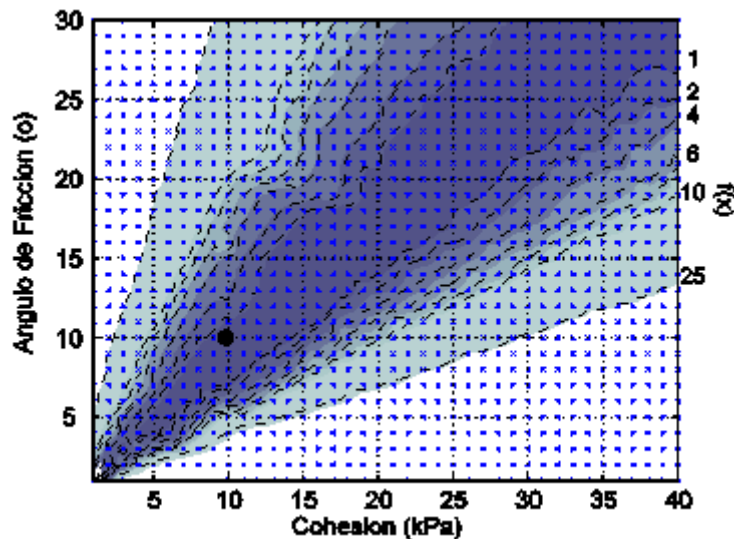


Figura 5. Contornos de la función objetivo, objetivo  $c = 9,8$  kPa and  $\phi = 10^\circ$  (●).

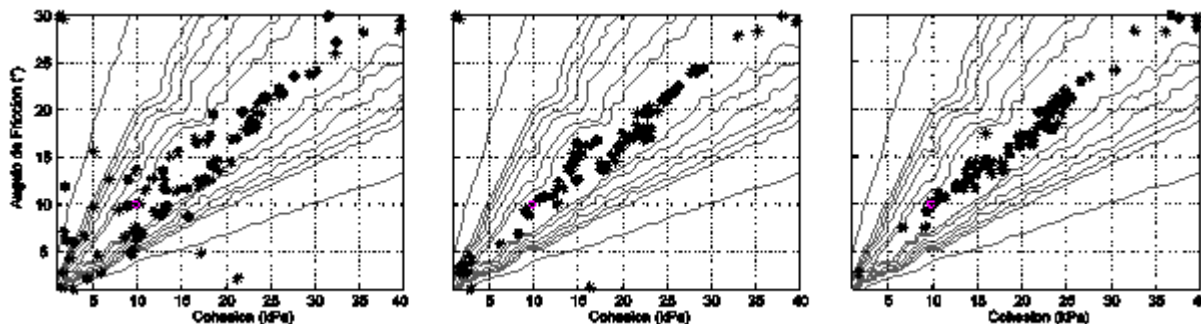
### 3.2. Optimización local con NLLS

En esta sección, el algoritmo de optimización NLLS implementado en MATLAB se utiliza para el análisis inverso. Los algoritmos basados en el computo del gradiente son sensibles a la selección de los valores iniciales ( $c_0 - \phi_0$ ) y al incremento utilizado para el cálculo de este gradiente. El incremento se define como porcentaje,  $TolJ$ , de los valores iniciales ( $x_i$ ). Este incremento se utiliza en la diferenciación finita para determinar el gradiente en forma aproximada. Los algoritmos de optimización estándares calculan el gradiente en función del valor inicial, es así que para un valor inicial mayor, el incremento será mayor. Esta forma de evaluar el incremento puede producir problemas de no convergencia, como se describirá más adelante. La Tabla 1 presenta el valor del incremento en función del valor inicial y del paso de incremento ( $TolJ$ ).

Tabla 1. Valor del incremento determinado en función del valor inicial y de la tolerancia  $TolJ$ .

Valor inicial $x_i(c, \phi)$	$TolJ$ %	Incremento
1	5	0,05
1	20	0,2
1	50	0,5
10	5	0,5
10	20	2
10	50	5
40	5	2
40	20	8
40	50	20

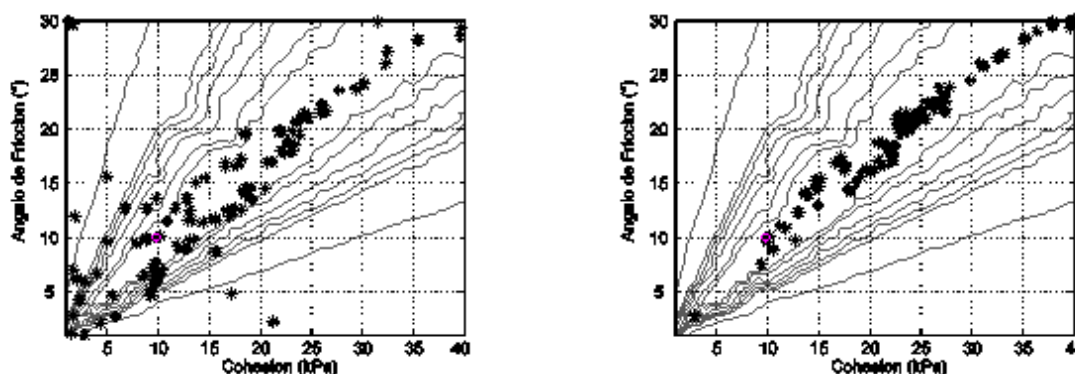
Dependiendo del valor inicial  $x_i$  y de  $TolJ$ , el gradiente (matriz de sensibilidad) se calcula utilizando valores que son muy grandes (ej.,  $20^\circ$  ó 20 kPa) o muy pequeños (ej.,  $0,05^\circ$  ó 0,05 kPa). Así, si el incremento es muy pequeño, la función objetivo será insensible a este cambio y no se encontrará una solución real. La influencia de la selección de los valores iniciales se analiza ejecutando 100 realizaciones (ejecuciones con diferentes valores iniciales) para distintos incrementos de  $TolJ$ . La Figura 6 presenta los parámetros de resistencia optimizados utilizando el NLLS para 100 realizaciones con diferentes valores de  $TolJ$ .



**Figura 6.** Parámetros de resistencia del suelo calculados con NLLS (\*) de 100 realizaciones, objetivo (●) para  $TolJ$  igual a: (a) 5%; (b) 20%; y, (c) 50%.

Cada punto (asterisco) en la figura representa el resultado obtenido para una realización. Obsérvese, cuando  $TolJ = 5$  y 20%, para algunos valores, el algoritmo no puede encontrar la solución real. Esta falta de convergencia se produce incluso cuando sólo uno de los valores iniciales es muy pequeño, por ejemplo, con  $c = 2$  kPa y  $\phi = 29^\circ$ , (ref. Figura 6a y 6b). Incrementando el valor de  $TolJ$  a 50%, el problema de no convergencia se supera (ref. Figura 6c). Sin embargo, con  $TolJ = 50\%$  y con valores iniciales altos (ej.,  $\phi_0 = 25^\circ$ ), el gradiente se calcula con incrementos muy grandes, en este caso con incrementos del  $12,5^\circ$ , dándole un valor de computo de  $37,5^\circ$  que va más allá de los límites.

A fin de evitar el cálculo de la matriz de sensibilidad utilizando muy pequeños o muy grandes cambios en los parámetros físicos, se propone en este manuscrito, el empleo de un incremento fijo que no depende del valor inicial. Este cambio sólo afecta al algoritmo del gradiente. Este *gradiente modificado* permite superar los problemas de cambios muy pequeños o muy grandes. En la Figura 7 se presentan los resultados obtenidos empleando tanto el gradiente estándar como el modificado. Vale la pena mencionar que los dos grupos utilizan los mismos valores iniciales.



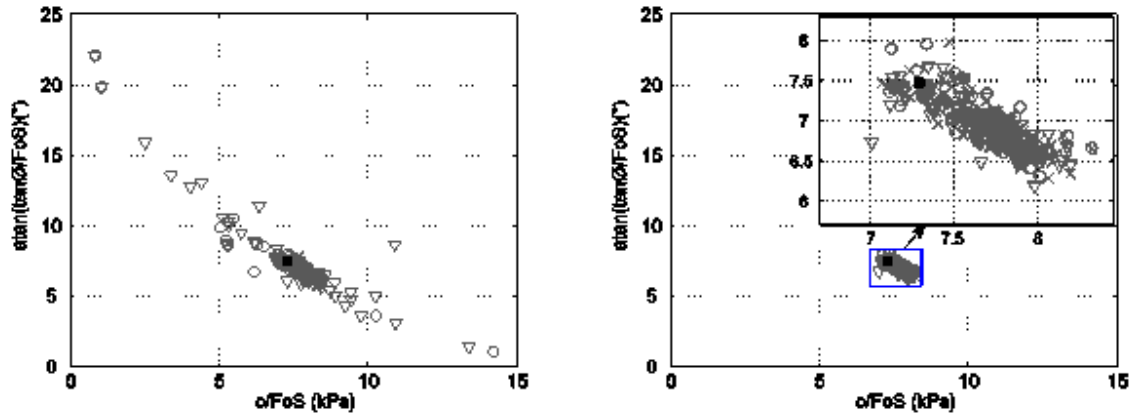
**Figura 7.** Parámetros de resistencia del suelo calculados con NLLS (\*) de 100 realizaciones, objetivo (●) para  $TolJ = 5\%$ : (a) gradiente estándar; y, (b) gradiente modificado, incremento de 2.

En comparación con el algoritmo estándar (Figura 7a), hay una mejora importante empleando el gradiente modificado (Figura 7b). Al utilizar el gradiente modificado, las 100 realizaciones se



encuentran dentro de la banda inferior, lo que indica que el algoritmo no es atrapado por la selección del valor inicial.

Todos los resultados que están dentro del contorno inferior representan una solución adecuada al problema. Al dividir los parámetros de resistencia obtenidos en cada realización por su factor de seguridad (FoS), los resultados se presentan en forma normalizada ( $c/\text{FoS}$ ) y  $\text{tg}(\phi)/\text{FoS}$ ). En la Figura 8 se muestra la distribución de los parámetros de resistencia normalizados tanto para el gradiente estándar como para el modificado.



**Figura 8.** Resultados de los parámetros normalizados calculados con NLLS, objetivo (■) para  $TolJ$  igual a 5% (∇), 20% (○), y 50% (x): (a) gradiente estándar; y, (b) gradiente modificado.

Los valores reales normalizados son  $c_n = 9.8/1.34 = 7,3$  kPa y  $\phi_n = \text{tg}^{-1}(\text{tg}(10)/1,34) = 7,47^\circ$ . Se puede observar que los puntos se encuentran dispersos, en especial para el gradiente estándar y para  $TolJ$  igual a 5 y 20 (ver Figura 8a). Mediante el uso de un incremento fijo, en este caso  $2^\circ$  y 2 kPa, la convergencia mejora de forma significativa (Figura 8b).

### 3.3. Optimización global con el método CLM

En esta sección, el mismo ejemplo tratado anteriormente se resuelve a través de las herramientas de CLM. El problema inverso es casi el mismo que en la optimización local con algunas diferencias debido al hecho de que en el CLM se necesitan datos adicionales, tales como el número de puntos de búsqueda  $N$ , los parámetros de ajuste, criterio de terminación de búsqueda  $TolX$ , entre otros. A pesar de que algunos de los datos de entrada del CLM pueden tener un efecto en el tiempo de cálculo (llamadas para resolución del sistema), únicamente  $N$  es evaluado, ya que este parámetro controla en mayor medida el número de llamadas para resolver el problema directo, por lo tanto, el tiempo de cómputo. Una característica atractiva de la herramienta de CLM es que registra la historia de los puntos de búsqueda y los correspondientes valores de la función, y además, al final de la optimización controla si ha existido un valor inferior al resultado medio de la función (Badsar y col., 2007). En este estudio, los parámetros de ajuste se mantienen fijos con valores  $\gamma = 2$  y  $\eta = 1$ . Detalles de estos parámetros se puede encontrar en (Teughels, 2003).

En la Figura 9, el efecto del criterio de convergencia  $TolX$  -criterio en función del valor inicial- se presenta para dos valores, 0,1 y 0,001.

De las figuras, se puede observar que cuando el valor de  $TolX$  es relativamente grande 0,1, los puntos de búsqueda no convergen a un solo resultado (Figura 9a), en cambio cuando  $TolX$  es pequeño, todos los puntos de búsqueda convergen en un resultado (Figura 9b). Para el primer caso, a pesar de que los puntos de búsqueda no convergen en una misma solución, el resultado del algoritmo CLM es satisfactorio. Esto se debe a que el algoritmo proporciona el mínimo de todos los puntos de búsqueda evaluados.

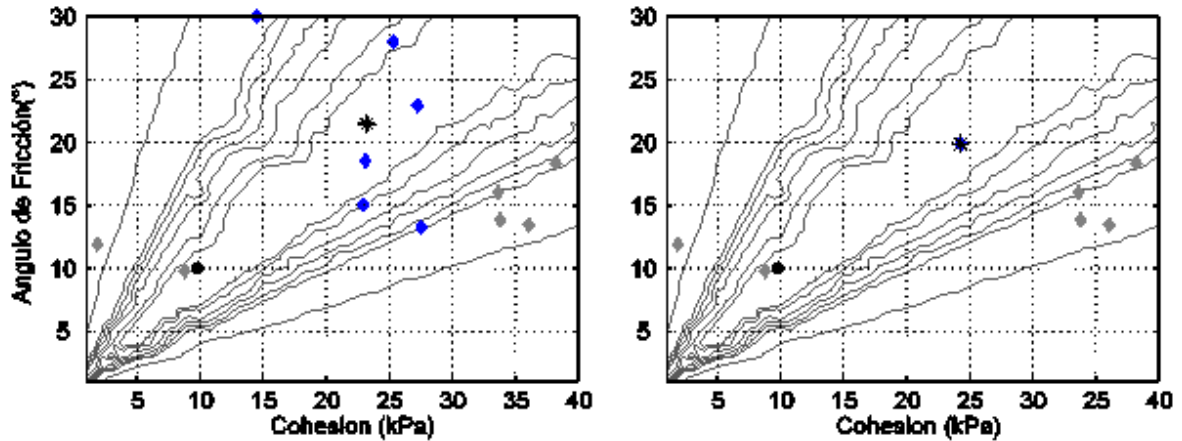


Figura 9. Resultados de diferentes puntos de búsqueda CLM ( $\blacklozenge$ ), puntos iniciales ( $\diamond$ ), resultado final ( $*$ ), objetivo ( $\bullet$ ),  $N = 6$ , y  $TolX$  igual a: (a) 0,1; y, (b) 0,001.

El efecto de la selección de  $TolX$  se estudia con más detalle empleado 100 realizaciones. Los resultados de cada realización se muestran en la Figura 10.

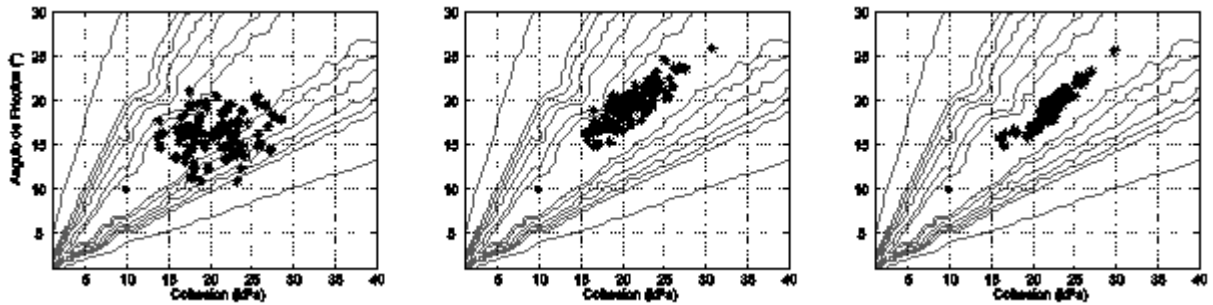


Figura 10. Parámetros del suelo determinados con CLM ( $*$ ) después de 100 realizaciones, objetivo ( $\bullet$ ), para  $N = 6$ , y  $TolX$  igual a: (a) 1; (b) 0,1; y, (c) 0,01.

Cuando el criterio de convergencia es grande, por ejemplo  $TolX = 1$ , los resultados se encuentran dispersos, incluso cuando el número de puntos de búsqueda  $N = 6$  (Figura 10a). Al disminuir la tolerancia  $TolX$  a 0,1 la dispersión se reduce (Figura 10b), y aún más si  $TolX$  se reduce a 0,01 (Figura 10c). Aunque valores pequeños de los criterios de convergencia son recomendados para aumentar la precisión, este parámetro también afecta el tiempo de cómputo.

Como el número de puntos de búsqueda necesario para lograr un buen desempeño depende de la forma de la función objetivo, la misma que no está disponible de antemano, un estudio paramétrico es recomendado. Se espera que a medida que aumenta  $N$ , la precisión también incrementa, sin embargo, esto aumenta también el tiempo de cómputo. La Figura 11 presenta los valores calculados después de 100 realizaciones para tres valores diferentes de  $N$ , 2, 4 y 10.

Cuando  $N = 2$ , el mínimo global, para algunos casos, no es determinado (Figura 11a). Esto se atribuye al hecho de que la exploración del espacio de búsqueda es pobre. Una gran mejora se obtiene cuando  $N = 4$  (Figura 11b), donde los resultados son menos dispersos y se encuentran dentro de la banda  $f(\mathbf{x}) < 2$ . Empleando  $N = 10$ , los resultados después de 100 realizaciones están más cerca entre sí (Figura 11c). Es importante mencionar que, en este ejemplo, cuando el número de puntos de búsqueda es el adecuado, el gradiente modificado tiene un bajo efecto en los resultados obtenidos.

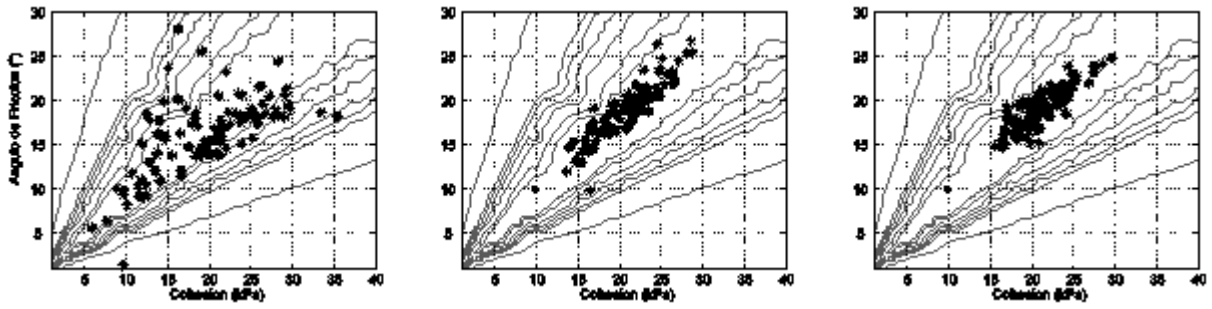


Figura 11: Resultados calculados (\*) después de 100 realizaciones con el CLM, objetivo (•), para  $TolX = 0,1$ , y N igual a: (a) 2; (b) 4; y, (c) 10.

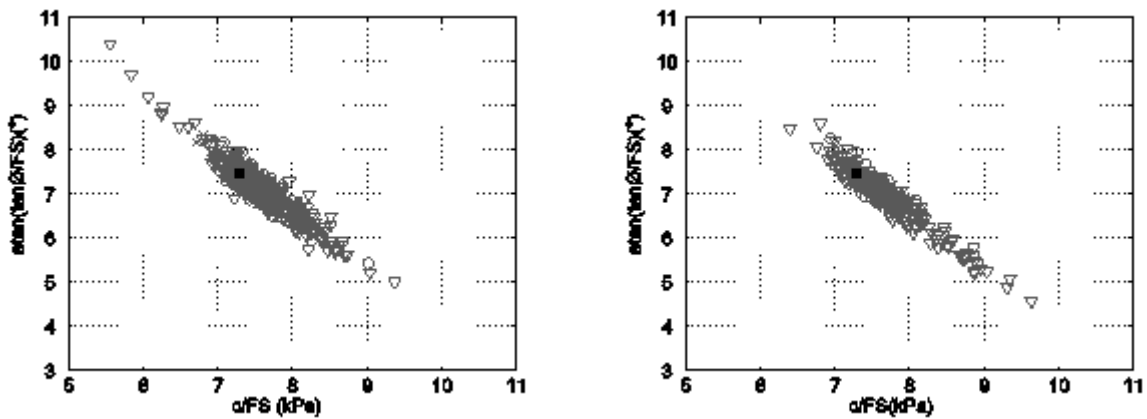


Figura 12. Resultados normalizados determinados con el CLM, objetivo (■): (a)  $TolX = 0,1$ , N=2 (∇), 4 (○), 8 (×), y 10 (●); y, (b) N = 6,  $TolX = 1$  (∇), 0,1 (○), y 0,01 (×).

Los resultados de los parámetros de resistencia normalizados con respecto al factor de seguridad ( $c/FoS$ ) y  $(tg(\phi)/FoS)$  obtenidos mediante el método de CLM se muestra en la Figura 12. Obsérvese que la dispersión de los resultados se reduce significativamente cuando se utiliza el método CLM. De estas figuras se observa que el rango de los resultados normalizados va desde 5 a 10, tanto para la cohesión cuanto para el ángulo de fricción. Como era de esperar, los resultados que se encuentran en los bordes (Figura 12a y b) corresponden a los valores calculados con  $N = 2$  o  $TolX = 1$ . Para los criterios de convergencia  $TolX = 0,1$  y  $0,01$ , los valores normalizados están cerca del valor objetivo (Figura 12b).

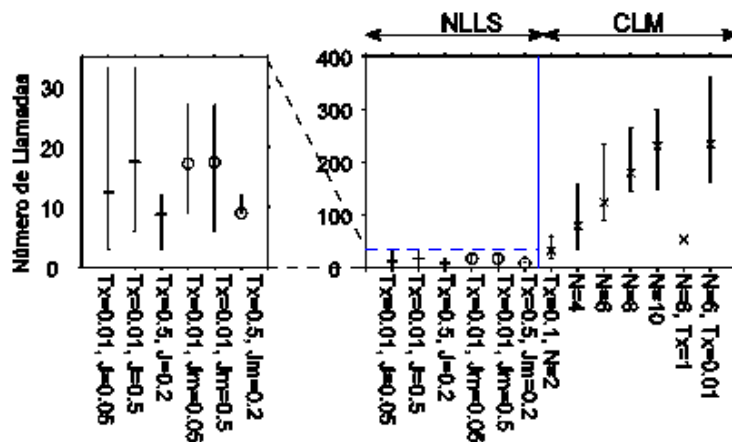


Figura 13. Barra de error del número de llamadas al problema directo con NLLS, gradiente estándar (—), gradiente modificado (○), y CLM (x).

### 3.4. Número de llamadas al problema directo

El número de llamadas al problema directo efectuado por el algoritmo local (NLLS) y global (CLM), se presenta en la Figura 13. Las cabezas y las colas de las líneas representan el número máximo y mínimo de las llamadas al problema directo y el marcador da el valor medio después de 100 realizaciones.

Cabe señalar que la optimización local (lado izquierdo) necesita menor cantidad de llamadas para el problema directo, sin embargo, la determinación del mínimo global no está garantizada por este algoritmo. En contraste, el método de CLM (lado derecho) aumenta significativamente el número de llamadas al aumentar el número de puntos de búsqueda ( $N$ ). Esta observación también es válida cuando la tolerancia  $TolX$  se reduce, por ejemplo pasando de  $TolX$  igual a 0,1 a un valor de 0,01, esto aumenta la media de las llamadas para el problema directo de 123 a 234. Este elevado número de llamadas puede ser una limitación para problemas más complejos. Sin embargo, el método CLM usado con parámetros adecuados, garantiza la determinación de la solución.

Del análisis de todos los resultados, se puede observar que el método menos eficiente es el de optimización local, donde se determina el gradiente en función de un porcentaje del valor inicial (gradiente estándar). Para estos casos, los valores superiores e inferiores son muy dispersos con respecto al valor objetivo. Una mejora importante se obtiene cuando el gradiente se determina a partir de un incremento fijo (gradiente modificado). En estos casos, el rango de los resultados es más reducido. Para el algoritmo de optimización global (CLM), los resultados calculados se alinean en una banda estrecha, excepto cuando el número de puntos de búsqueda son pocos (ej.,  $N = 2$ ) o cuando la tolerancia es alta (ej.,  $TolX = 1$ ).

Como conclusión, para este ejemplo, el método NLLS utilizado conjuntamente con el gradiente modificado calcula valores aceptables de los parámetros del suelo en mucho menos tiempo de cómputo. Los parámetros de resistencia calculados con NLLS mediante el gradiente modificado están perfectamente de acuerdo con los valores calculados por el CLM que producen los límites más angostos.

## 4. CONCLUSIONES

En este manuscrito, los parámetros de resistencia del suelo son determinados de un análisis a posteriori de un deslizamiento. El problema directo (determinación de la superficie de falla) se resuelve por elementos finitos y el proceso de optimización se resuelve con dos algoritmos diferentes, a saber, el no lineal de mínimos cuadrados NLLS y el de minimizadores locales combinados CLM. Un procedimiento numérico ha sido presentado combinado el método de elementos finitos y algoritmos de optimización.

En primer lugar, las ventajas de obtener los parámetros de resistencia del suelo por un análisis inverso son presentadas y discutidas. Este proceso ayuda a superar muchas limitaciones e incertidumbres inherentes en el uso de ensayos de laboratorio y de pruebas in situ. La aplicación principal de obtener los parámetros del suelo por este procedimiento es que el modelo inverso proporciona parámetros confiables para realizar el diseño de medidas correctivas.

El ejemplo adquirido de la literatura se utiliza como estudio de caso para validar el algoritmo. La ubicación de la superficie de falla se determina a partir de los contornos de deformaciones máximas al corte. La diferencia entre la ubicación de la superficie de falla medida y la calculada, se usa como función objetivo para determinar los parámetros de resistencia del suelo.

Se observa que la matriz de sensibilidad, para el ejemplo tratado, produce algunos problemas debido al empleo de muy pequeños o muy grandes incrementos, los cuales se determinan en función del valor inicial. Para superar este escollo, un gradiente modificado se ha propuesto empleando un incremento fijo, que no depende del valor inicial. Este gradiente modificado utilizado en NLLS calcula resultados mejores en comparación con los obtenidos con el gradiente estándar. Esta

conclusión se confirma por la proximidad de los resultados calculados con aquellos valores de los parámetros reales del suelo.

El método de CLM es capaz de calcular los parámetros reales utilizando el gradiente estándar. Estos buenos resultados se deben al hecho de que este método utiliza varios puntos de búsqueda, por lo que cubre mejor el espacio completo de solución. Sin embargo, la selección del número de puntos de búsqueda no es trivial. A pesar de que varios puntos de búsqueda son deseables, un elevado número de estos aumenta drásticamente el tiempo de cómputo.

Se observa que el método menos eficiente es la optimización local donde la matriz de sensibilidad es determinada como porcentaje del valor inicial. Una mejora importante se obtiene cuando el gradiente se determina a partir un incremento fijo. Sin embargo, el algoritmo local (NLLS) no garantiza la determinación del mínimo global y varias realizaciones son necesarias para disminuir la influencia de la selección de los valores iniciales. Para el método global (CLM), los resultados obtenidos se sitúan en una banda estrecha, excepto cuando el número de puntos de búsqueda es pequeño o si la tolerancia es alta. No obstante, se observa que el tiempo de cómputo es mucho mayor por este método. Empleando el presente procedimiento de análisis inverso para determinar los parámetros de resistencia del suelo, el total potencial del método de los elementos finitos puede ser explotado mediante la combinación con algoritmos de optimización.

## AGRADECIMIENTO

Parte de la presente investigación se llevo a cabo durante el periodo de estudios doctorales en la K.U.Leuven, Bélgica, en el contexto del programa “Selective Bilateral Agreement between K.U.Leuven and Latin America”; mi sincero agradecimiento al Profesor Guido De Roeck (K.U.Leuven) por sus valiosos aportes a esta investigación.

## BIBLIOGRAFÍA

- Ashford, S., N. Sitar. 2001. Effect of element size on the static finite element analysis of steep slopes. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 25(14), 1361-1376.
- Badsar, S., M. Schevenels, E. Reynders, G. Lombaert. 2007. CLM toolbox for Matlab, version 1.01, *User's guide. Department of Civil Engineering, K.U.Leuven*, FWO Project G.0595.06 and OT Project OT-05-41.
- Bojorque, J. 2009. Static and Dynamic Finite Element Analysis of Slope Stability. *PhD. Thesis Division of Structural Mechanics of the Department of Civil Engineering, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium.*
- Calvello, M., R. Finno. 2004. Selecting parameters to optimize in model calibration by inverse analysis, *Computers and Geotechnics*, 31(5), 411-425.
- Calvello, M., L. Cascini, G. Sorbino. 2008. A numerical procedure for predicting rainfall-induced movements of active landslides along pre-existing slip surfaces. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 32(4), 327-351.
- Cividini, A., G. Gioda. 2003. Back analysis of geotechnical problems. En: *Numerical analysis and modelling in geomechanics* (págs. 165-196). Routledge, UK.
- Degrande, G., S. Badsar, M. Schevenels, G. Lombaert. 2008. Application of the Coupled Local Minimizers method to the optimization problem in the Spectral Analysis of Surface Waves method. *14th World Conf. Earthquake Engineering*, Beijing, China.
- Duncan, J.M., T.D. Stark. 1992. Soil strengths from back analysis of slope failure. En: R.B. Seed, R.W. Boulanger, *Stability and Performance of Slopes and Embankments* (Vol. Special Publication 31, págs. 890-904). ASCE, Berkeley, California, USA.

- Duncan, J., S. Wright. 2005. Soil Strength and Slope Stability. *John Wiley and Sons, Inc.*
- Finno, R., M. Calvello. (2005). Supported excavations: Observational method and inverse modeling. *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, 131(7), 826-836.
- Gens, A., J.N. Hutchinson, S. Cavounidis. 1988. Three dimensional analysis of slides in cohesive soils. *Geotechnique*, 38(1), 1-23.
- Greco, V. 1992. Back analysis procedure for failed slopes. En: D. Bell (Ed.), *6th Int. Symp. on Landslides*. 1, págs. 435-440. Balkema, Rotterdam, The Netherlands.
- Hommels, A., F. Molenkamp. 2006. Inverse analysis of an embankment using the Ensemble Kalman filter including heterogeneity of the soft soil. En H. Schweiger (Ed.), *Numerical Methods in Geotechnical Engineering -NUMGE06-*. Graz, Austria: Taylor & Francis/Balkema.
- Hungr, O. 1987. An extension of Bishop's simplified method of slope stability analysis to three dimensions. *Geotechnique*, 37(1), 113-117.
- Jiang, J., T. Yamagami. 2006. Charts for estimating strength parameters from slips in homogeneous slopes. *Computers and Geotechnics*, 33(6-7), 294-304.
- Leroueil, S. 2001. Natural slopes and cuts: movement and failure mechanisms. *Geotechnique*, 51(3), 197-243.
- Levasseur, S., Y. Malecot, M. Boulon, E. Flavigny. 2008. Soil parameter identification using a genetic algorithm. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 32(2), 189-213.
- MATLAB. 2007. Manual of optimization toolbox. *Natick, MA.: The Math-Works, Inc.*
- PLAXIS. 2007. 2D-Version 8, finite element code for soil and rock analyses. *PLAXIS, Delft*, The Netherlands.
- Potts, D. 2003. Numerical analysis: a virtual dream or practical reality? *Geotechnique*, 53(6), 535-573.
- Rechea, C., S. Levasseur, R. Finno. 2008. Inverse analysis techniques for parameter identification in simulation of excavation support systems. *Computers and Geotechnics*, 35(3), 331-345.
- Rocscience. 2004. Application of the finite element method to slope stability. *Rocscience Inc., Toronto, Ontario, Canada.*
- Schanz, T., M. Zimmerer, M. Datcheva, J. Meier. 2006. Identification of constitutive parameters for numerical models via inverse approach. *Felsbau*, 24(2), 11-22.
- Suykens, J., J. Vandewalle, B. De Moor. 2001. Intelligence and cooperative search by coupled local minimizers. *Int. J. Bifurcation and Chaos*, 11(8), 2133-2144.
- Tang, W., T. Stark, M. Angulo. 1999. Reliability in back analysis of slope failures. *Soils and Foundations*, 39(5), 73-80.
- Teughels, A. 2003. Inverse modelling of civil engineering structures based on operational modal data. *PhD Thesis. Department of Civil Engineering, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium.*
- Teughels, A., G. De Roeck, J. Suykens. 2003. Global optimization by coupled local minimizers and its application to FE model updating. *Computers and Structures*, 81(24-25), 2337-2351.
- Wang, Z., Y. Li, R. Shen. 2007. Correction of soil parameters in calculation of embankment settlement using a BP network back-analysis model. *Engineering Geology*, 91(2-4), 168-177.
- Wesley, L., V. Leelaratnam. 2001. Shear strength parameters from back-analysis of single slips. *Geotechnique*, 51(4), 373-374.
- Zentar, R., P. Hicher, G. Moulin. 2001. Identification of soil parameters by inverse analysis. *Computers and Geotechnics*, 28(2), 129-144.
- Zheng, H., D. Liu, C. Li. 2005. Slope stability analysis based on elasto-plastic finite element method. *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 64(14), 1871-1888.

## Homogenización computacional aplicada al estudio de suelos tipo conglomerado del austro ecuatoriano

*Karla Santacruz, Esteban Samaniego*

Facultad de Ingeniería, Universidad de Cuenca, Av. 12 de Abril s/n, Cuenca, Ecuador

E-mail: karlasantrey@hotmail.com, esteban.samaniego@gmail.com

Fecha de recepción: 28 de septiembre 2010 - Fecha de aceptación: 6 de noviembre 2010

### RESUMEN

La ciudad de Cuenca, en el Austro Ecuatoriano, está asentada en su mayor parte sobre suelos tipo conglomerado (suelo heterogéneo constituido por una mezcla de materiales entre boleos decimétricos y arcilla). Actualmente, no existen valores de los parámetros mecánicos obtenidos experimentalmente, en gran medida debido a que los tamaños de los volúmenes representativos de este material son inmanejables en laboratorios. Ante esto, se utilizó una metodología basada en homogeneización computacional. El ingrediente central es un modelo computacional del material que permita realizar ensayos virtuales sobre volúmenes representativos. Para poder definir el modelo, debió determinarse las propiedades de cada elemento constitutivo del material. Se consideraron dos elementos: boleos, clastos con diámetros superiores a  $\frac{3}{4}$  de pulgada, y matriz, material de dimensiones inferiores a  $\frac{3}{4}$  de pulgada. Las propiedades de la matriz fueron halladas a través de ensayos triaxiales lentos saturados y triaxiales rápidos parcialmente saturados sobre muestras elaboradas con igual peso específico y humedad que el material de campo. Las propiedades del segundo elemento, los boleos, se determinaron a través de datos de la literatura al respecto. Para conocer el volumen a usar, se requieren una longitud característica y la distribución real de los elementos dentro del conjunto. El primer problema se resuelve mediante un análisis asintótico computacional. Para el segundo problema, se usaron fotografías digitales de taludes naturales o elaborados que muestren la distribución del conglomerado. Se realizó un análisis de sensibilidad de los factores más influyentes en las propiedades elásticas del conglomerado como compuesto (tamaño, forma, distribución y propiedades de los componentes). Usando el modelo computacional, las propiedades halladas para cada componente del conglomerado y variando los factores más influyentes, se llegó a obtener rangos de variación para el módulo de elasticidad (coeficiente de Young, E) y el coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) del conglomerado en su conjunto.

Palabras clave: Homogeneización computacional, conglomerados, volumen representativo, boleos, matriz, propiedades elásticas.

### ABSTRACT

The soil type in Cuenca, Southern Ecuador, is called *conglomerado* (conglomerate, a heterogeneous soil composed of a mixture ranging from decimetric stones to clay). Experimental values of the characteristics of this material are hardly available, mainly because the size of the specimens is difficult manageable in a standard laboratory. To deal with this problem, the authors used a methodology based on computational homogenization. The main ingredient is a computational model of the material that allows performing virtual experiments over a representative volume. In order to build this model, the elastic properties of the components are experimentally defined. In the study two elements were considered: boulders, stones with diameters over  $\frac{3}{4}$  of an inch, and matrix, the rest of the material. The matrix properties were found by performing triaxial tests on samples with the same specific weight and in situ moisture content. The properties of the other component, boulders, were derived from literature. The representative volume was determined on the basis of the characteristic length and the distribution of the components over the volume. The first issue was tackled by using a computational asymptotic analysis. The second issue was dealt with by using photographs of natural

slopes of the material. A sensitivity analysis to determine the most relevant factors (size, shape, distribution, components properties) was performed. Then, by using the properties of each component and allowing the relevant factors to vary, a range of values for the Young modulus (E) and the Poisson ratio ( $\nu$ ) of the composite were obtained.

**Keywords:** Computational homogenization, conglomerate, representative volume, matrix, elastic properties.

## 1. INTRODUCCIÓN

Las zonas de mayor desarrollo urbano de la ciudad de Cuenca se asientan sobre suelo de tipo conglomerado. Es decir, suelos de estructura granular con una gran variedad de tamaños. Este tipo de material es tratado de manera muy escasa en la literatura especializada que se enfoca más bien en los componentes finos y gruesos por separado. El rápido desarrollo urbano de la ciudad comienza a exigir soluciones arquitectónicas e ingenieriles más complejas, lo que significa que se debe hacer un mejor uso de su subsuelo. En este marco, no existe un modelo constitutivo adecuado para representar de manera idónea las relaciones entre esfuerzo y deformación a las cuales se verán sujetos los suelos en el caso de excavaciones a cielo abierto o en túnel, así como tampoco se conoce a profundidad la reacción de los suelos ante casos extremos de carga que pueden suponer estructuras más grandes o pesadas.

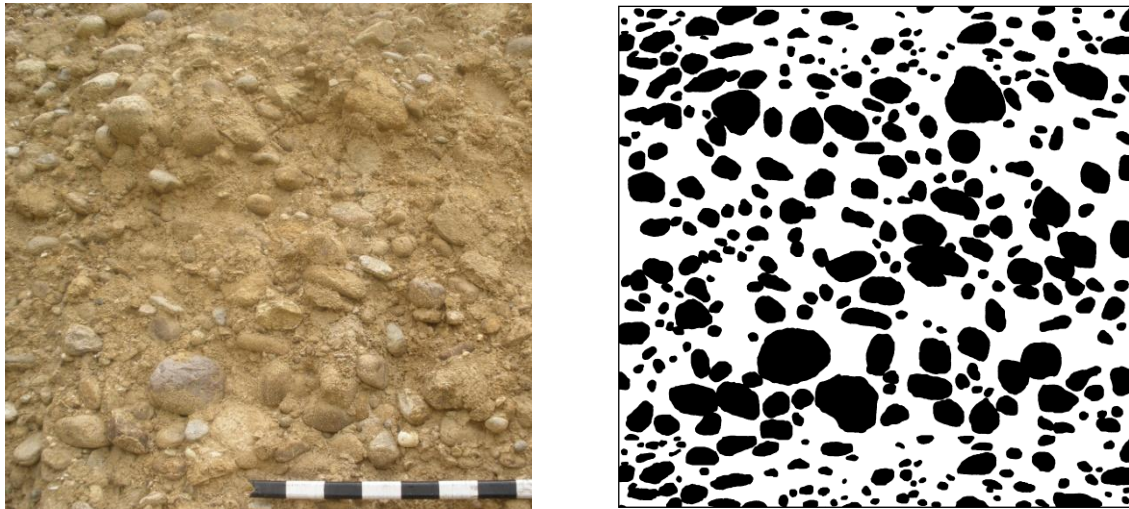
Para abordar este problema, se utiliza aquí una metodología basada en homogeneización computacional. El ingrediente fundamental es un modelo computacional de un volumen representativo de material para realizar ensayos virtuales. Con este modelo, se puede entonces obtener un rango de valores de los parámetros elásticos del material compuesto (el conglomerado) en función de diversos factores que pueden ser evaluados sin demasiada complejidad. Se busca, en particular, el poder determinar las propiedades elásticas del conglomerado a partir de las propiedades de la matriz (el componente fino, más fácilmente ensayable) y un conocimiento básico de otros factores (la fracción de volumen de sus componentes, por ejemplo).

La modelización constitutiva de geomateriales es especialmente complicada debido al hecho de que estos materiales no son homogéneos (Terzaghi y col., 1996) y, en general, no son producto de un diseño. Obtener un modelo constitutivo a partir de resultados puramente experimentales es una tarea complicada y costosa. En el caso específico de los conglomerados, la escala de un volumen estadísticamente representativo vuelve prohibitiva la tarea de determinación de parámetros geomecánicos mediante el uso exclusivo de ensayos experimentales. Tradicionalmente, el enfoque adoptado para la formulación de modelos constitutivos ha sido fenomenológico (Holzapfel, 2006). Esto es, se ha elaborado el modelo a base de mediciones experimentales que no tenían en cuenta el micro- o meso-estructura, según sea el caso, del material modelizado. Una segunda forma para llegar al modelo constitutivo de un material es usar la teoría de la homogeneización (Nemat-Nasser y Hori, 1999; Zohdi y Wriggers, 2004). Grosso modo, la homogeneización consiste, para empezar, en considerar una especie de promedio ponderado de las cantidades físicas que intervienen en la descripción del comportamiento de un material heterogéneo en una región representativa. Se hallan, entonces, relaciones entre estos promedios. Dichas relaciones caracterizarán al material considerado como un todo homogéneo.

Un concepto fundamental en la teoría de la homogeneización es el *Elemento de Volumen Representativo* (EVR). Un EVR es el mínimo volumen de material cuyo comportamiento es mecánicamente equivalente a un volumen de un material ficticio homogéneo. El estudio de un EVR de un material heterogéneo permite determinar las ecuaciones constitutivas de un material homogéneo mecánicamente equivalente. En el caso de los conglomerados, la definición del EVR en sentido estricto no es posible, debido a que la distribución de los componentes es aleatoria. El término EVR tal como se usa en este artículo corresponde más bien al sentido dado en Ostoja-Starzewski (2006) al término *Elemento de Volumen Estadístico*. Se prefiere en aquí el término EVR por simplicidad conceptual. En este trabajo, se usa la herramienta computacional desarrollada por los autores en Samaniego y col. (2008), además de algunos de los resultados obtenidos en esta referencia. Un



componente importante de la metodología desarrollada es la obtención de la información de la conformación geométrica del volumen representativo a partir de fotografías de taludes. Antecedentes de este tipo de enfoque se pueden encontrar por ejemplo en Kanit y col. (2003) y Terada y col. (2002).



**Figura 1.** Proceso de segmentación de imágenes. A la izquierda la fotografía original; a la derecha la imagen segmentada.

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

El presente trabajo estudia conglomerados de la ciudad de Cuenca. Debido a la gran cantidad y diferencias entre los conglomerados hallados en la ciudad, se restringe el análisis a conglomerados pertenecientes a dos formaciones geológicas Terrazas Fluvioglaciares y Formación Turi. Inclusive dentro de las Terrazas Fluvioglaciares debió limitarse el análisis a dos tipos de terrazas, las terrazas 3 y 4.

Las Terrazas Fluvioglaciares, conocidas también como Terrazas Aluviales, son depósitos recientes del Cuaternario. Se las considera formadas por material producto del fenómeno glaciar acarreado por grandes corrientes fluviales (Samaniego y col., 2008). Actualmente las terrazas se ubican principalmente alrededor de los ríos de la ciudad y están constituidas en su mayor parte por conglomerados de matriz arena arcillosa. Según la composición, edad y ubicación, las terrazas se dividen en cinco grupos Terraza 1 a la 5. Luego de una caracterización física de las terrazas de cada nivel, es decir de un estudio de sus propiedades físicas tales como granulometría y límites de Atterberg, se llegó a determinar cierta semejanza entre las terrazas 3 y 4 y a su vez de estas con el conglomerado de la Formación Turi. Es por esto que se eligen las Terrazas 3, 4 y la Formación Turi como materiales dentro del presente estudio.

Por otro lado la Formación Turi es una de las formaciones más jóvenes dentro de la geología de la ciudad de Cuenca. Se la considera un depósito continental de origen fluvial y con aportes volcánicos (Erazo, 2009; Samaniego y col., 2008; Nuñez y Orellana, 2009). Está compuesta de conglomerados, arenas, arcillas, tobas y brechas. Por su puesto que el material de la formación analizado en el presente trabajo es únicamente el conglomerado.

Como se mencionó anteriormente, se realizó una caracterización previa de los conglomerados de cada formación. Los resultados obtenidos indican dos principales clasificaciones según el Sistema Unificado de Clasificación de los Suelos (SUCS): grava mal graduada y grava bien graduada. Los porcentajes de clastos varían aproximadamente entre 25 y 57%. Materiales con esta clasificación son los analizados mediante los métodos que se resumen a continuación.

El procedimiento para determinar los parámetros que definen el comportamiento de ciertos conglomerados en el rango elástico usado en este trabajo es el meta de los autores Samaniego y col. (2008). Este procedimiento combina ensayos experimentales y simulaciones numéricas. Los ensayos se hacen, en principio, sobre la matriz y sobre los boleos por separado. Las simulaciones (ensayos virtuales) se realizan sobre volúmenes de conglomerado a fin de obtener las propiedades elásticas del conjunto.

Para hacer viable la modelación de los conglomerados en estudio, se divide el conglomerado en dos componentes: matriz, material con tamaño inferior a  $\frac{3}{4}$  de pulgada y boleos, y el material restante (tamaños mayores). Se procede entonces a obtener las propiedades elásticas de cada componente. Para la matriz se realizaron ensayos triaxiales consolidados drenados y no consolidados no drenados sobre muestras elaboradas en laboratorio, conservando el peso específico y la humedad natural del material en campo. Se eligió el uso de los dos tipos de triaxiales con la finalidad de ampliar los resultados para los dos tipos de comportamientos extremos que el material podría tener. Además, se varió la presión de cámara que correspondería a las diferentes presiones de confinamiento a las que el material pueda estar sometido. El peso específico natural de la matriz se obtiene a través de ensayos en campo. Se realizaron ensayos tipo globo de hule, pero llevados a cabo de una manera artesanal buscando abordar la mayor cantidad de volumen posible. Como los resultados se obtienen dentro de un rango de variación, los ensayos triaxiales debieron efectuarse dentro de ese rango y no exclusivamente para un solo dato de peso específico. Para los boleos se eligieron propiedades de bibliografía especializada, en función del tipo de roca dominante en los conglomerados estudiados.

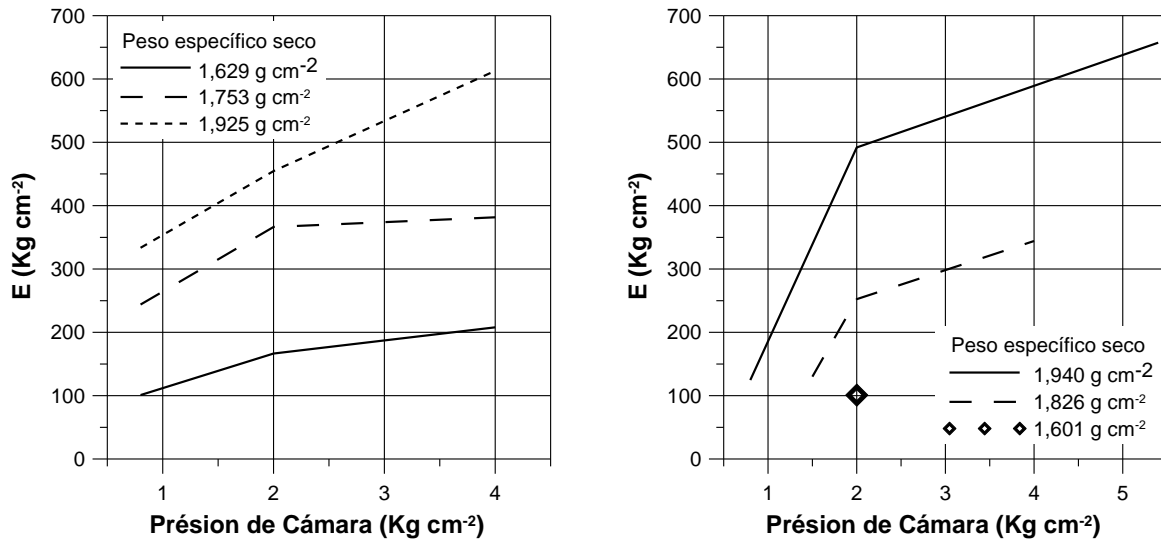
Por otra parte y con el objeto de definir los modelos computacionales de los diferentes volúmenes de conglomerado, se necesita la geometría de dicho volumen, esto es, la distribución geométrica de los boleos en la matriz. Para esto se parte de fotografías de taludes del conglomerado que se quiere estudiar. Estas fotografías se someten a un proceso de segmentación de imágenes, como se muestra en la Figura 1, para separar las regiones en las que se encuentran los boleos de aquellas que corresponden a la matriz. Una vez hecho esto, se procede a vectorizar la imagen, es decir, pasar de una descripción de la imagen basada en píxeles a una descripción de tipo CAD. Esto último se hace a fin de que la imagen segmentada pueda ser leída por un programa de generación de mallas de elementos finitos. Una vez generada la malla, esta se introduce en un programa de elementos finitos. En este momento se usa la información de las propiedades de la matriz y los boleos obtenida en laboratorio. Con la malla generada y las propiedades materiales, se requiere imponer unas condiciones de contorno para completar la definición del modelo de elementos finitos de un volumen de conglomerado. Estas condiciones de contorno se obtienen usando teoría de homogeneización y corresponden a ensayos (virtuales) convenientemente elegidos para determinar las propiedades del conjunto. En este caso se usaron uno de deformación volumétrica y otro de cortante puro.

A fin de realizar el proceso de homogeneización computacional y encontrar los parámetros elásticos del conjunto, es imprescindible contar con el tamaño de un Elemento de Volumen Representativo de conglomerado. Para esto, se adopta en este trabajo el máximo de los valores obtenidos en Samaniego y col. (2008). Estos valores se obtuvieron repitiendo el proceso descrito en los párrafos anteriores para volúmenes de diversos tamaños. De esta manera se obtienen parámetros aparentes para diversos tamaños de volúmenes. La observación de su comportamiento asintótico permite, entonces, inferir valores efectivos para las propiedades. Se entiende aquí por valores efectivos a aquellos que son estadísticamente representativos del comportamiento del conglomerado. Este proceso asintótico se debe realizar debido a que los conglomerados son materiales no periódicos y, por tanto, un volumen representativo en sentido estricto debería tener tamaño infinito.

Contando con la información necesaria - propiedades de los componentes del conglomerado, geometría y distribución de boleos en conglomerados reales y tamaños representativos de las muestras a usar - se procedió a un estudio de sensibilidad de las diferentes variables en las propiedades elásticas del material en conjunto. Se analizaron factores como el porcentaje de boleos presentes en las muestras, la gradación de las partículas de boleos (su granulometría), el tamaño y la forma de los boleos y por último su distribución dentro de la matriz. Se ejecutaron un sinnúmero de ensayos virtuales variando cada parámetro, dentro de rangos posibles. A través de estos ensayos, se determina la influencia de cada factor en las propiedades elásticas del conglomerado. Se eligen las propiedades que provocan notoria influencia y en función de ellas se llega a determinar los rangos posibles de

variación de las propiedades elásticas (módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson) para los conglomerados estudiados. Detalles de estos ensayos se pueden encontrar en Santacruz (2009).

Usando el modelo establecido, las propiedades halladas para cada componente del conglomerado (sus rangos) y variando los factores más influyentes en las mismas, se llega a obtener rangos de variación para el módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson del conglomerado. Es así como este trabajo permite llegar a pronosticar valores para las propiedades elásticas del conglomerado (ecuaciones en función del porcentaje de boleas y módulo de elasticidad de la matriz) partiendo de un conocimiento básico del mismo: su granulometría, porcentaje de boleas, profundidad a la que se requiere el análisis y comportamiento elástico de los componentes, en especial el comportamiento elástico de la matriz.



**Figura 2.** Propiedades elásticas de la matriz. A la izquierda: resultados triaxiales rápidos; a la derecha: resultados triaxiales lentos.

### 3. RESULTADOS

La determinación de las propiedades elásticas de la matriz trae consigo algunas variables de influencia. En primer lugar, los pesos específicos hallados en campo presentan un rango de variación entre 1,6 y 2,0 g cm<sup>-3</sup>. Por lo tanto, los ensayos triaxiales sobre las muestras de matriz debían ejecutarse con diferentes pesos específicos dentro del rango mencionado. Otra variable a considerar resulta la presión de confinamiento a ser usada dentro de cada ensayo triaxial, esto está en función de la profundidad de análisis de las muestras. Por lo tanto, se ensayan muestras con diferentes presiones de confinamiento, entre 0,5 y 5,0 Kg cm<sup>-2</sup>, considerando profundidades hasta los 40 m como factibles de aplicación. Los resultados obtenidos en cuanto a propiedades elásticas se resumen en la Figura 2. Dentro de los estudios de los boleas, según los análisis en campo, se puede llegar a determinar una importante presencia de roca andesita dentro de los conglomerados analizados; además existen bajos porcentajes riolita, dioria e inclusive basalto. En función de la presencia de materiales, se determinaron las propiedades más adecuadas a usar. Para el módulo de elasticidad de los boleas se elige el valor de 300.000 Kg cm<sup>-2</sup>, aunque se realiza además un chequeo de sensibilidad en los resultados finales considerando variaciones de este parámetro. Para el coeficiente de Poisson, se usa un valor de 0,28.

En cuanto al método computacional usado para el ensayo virtual de las muestras de conglomerado se utilizan fotografías de conglomerados reales de la ciudad de Cuenca; su tamaño mínimo debe ser de 1,4 m x 1,4 m que resulta el tamaño máximo desde donde los resultados de las

propiedades del conglomerado empiezan a comportarse como una asíntota. Partiendo de la fotografía se usó un programa que segmenta la fotografía transformándola en dos elementos: boleos y matriz, cuidando los tamaños elegidos como límite. Se usaron técnicas basadas en umbralización, crecimiento de regiones, y detección de contornos. Esta técnica depende del tipo de imagen con la que se trabaje. En cuanto a la elección del método más adecuado a usar, se puede consultar Nuñez y Orellana (2009). Hay conglomerados que muestran un cambio de color entre matriz y boleos resultando muy fácil la separación de componentes; otros en los que los boleos difícilmente se pueden diferenciar de la matriz incluso al ojo humano. Es complicado que de todas las fotografías se pueda obtener una segmentación aceptable. En casos complicados se debió proceder a un tipo de segmentación manual a través de un programa de manipulación de imágenes, como, por ejemplo *GNU Image Manipulation Program for X Windows (GIMP)* o *Photoshop*, de manera similar a la que se menciona en Terada y col. (2002). En esta segmentación manual deben pintarse todos los boleos con diámetro superior a  $\frac{3}{4}$  de pulgada. Mediante el uso de una rejilla se determina el tamaño mínimo requerido. Es un proceso laborioso pero con resultados tan buenos que resultan casi una copia de la fotografía original.

Para la mayoría de casos, se usa el programa computacional para segmentación desarrollado en Samaniego y col. (2008). Este requiere el ingreso de algunos datos de cada fotografía, estos son la escala pixel-metro, área mínima de boleo y la longitud característica, que es un factor que trabaja con el grado de separación entre boleos, ya que si se encuentran muy juntos el programa tiende a unirlos. Los valores mencionados varían su rango según el tipo de fotografía y, sobre todo, según la escala de la misma, así que debía ensayarse cada muestra con varios parámetros hasta obtener los más adecuados, es decir, los que generan los mejores resultados, la mayor similitud con la fotografía original. La fotografía segmentada se convierte de formato *raster* a formato *vector*. Con el resultado obtenido se ingresa al programa GMSH (Geuzaine y Remacle, 2008) que genera una malla a partir de la imagen segmentada ya en formato *vector*.

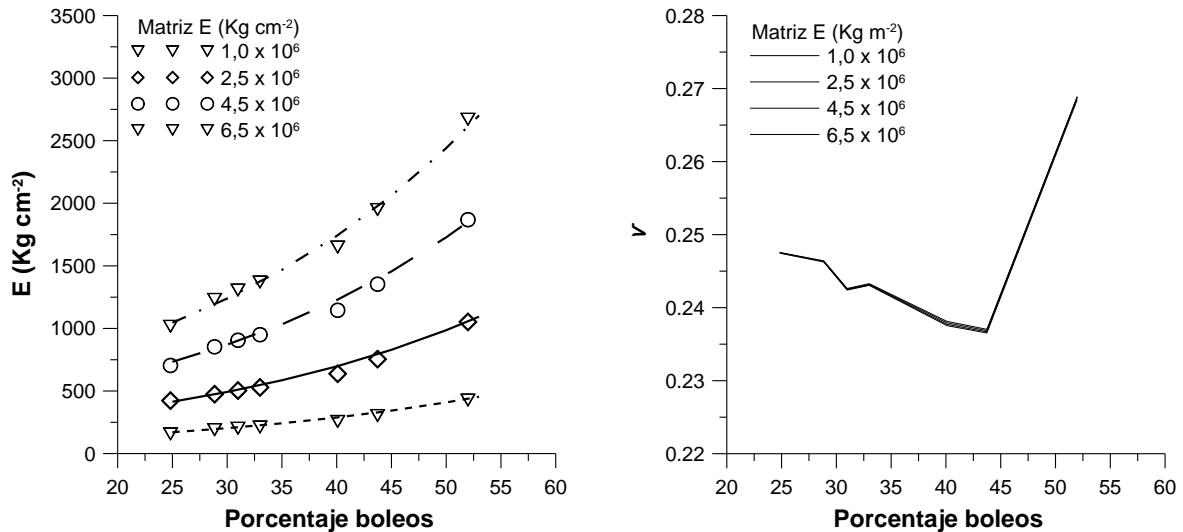
Una vez con los resultados de las propiedades elásticas de los componentes del conglomerado, se realizó un análisis de sensibilidad con el propósito de determinar los factores más influyentes en la variación de las propiedades elásticas del conglomerado en conjunto. El factor más obvio que generaría variación en las propiedades elásticas del conglomerado resulta la cantidad de boleos presentes en la muestra, a mayor cantidad de boleos mayor será el módulo de elasticidad del conglomerado. Se determina la cantidad de boleos presentes en cada muestra fotográfica segmentada, para ello se usa la herramienta histograma de GIMP, que es capaz de determinar el porcentaje de píxeles en negro (boleos). Las muestras analizadas exhiben los porcentajes de boleos de la Tabla 1.

**Tabla 1.** Módulo de elasticidad (E) y coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) para el conglomerado de siete muestras.

Locación	Boleos (%)	E (Kg cm <sup>-2</sup> )	Coficiente de Poisson ( $\nu$ )
Terraza 3_esc187	40,09	252,17	0,211
Terraza 3_esc130	28,84	188,56	0,215
Terraza 3_esc158	43,73	297,51	0,213
Terraza 4_esc170	30,98	199,80	0,212
Terraza 4_esc170	32,99	209,78	0,213
Terraza 4_esc135	51,98	415,97	0,252
Formación Turi_esc106	31,45	199,10	0,212
Formación Turi_esc230	24,82	155,80	0,212

Los porcentajes en volumen de boleos encontrados según las muestras fotográficas analizadas varían entre 24 y 53%. Comparando con los porcentajes de boleos obtenidos según análisis en muestras físicas en laboratorio de 25 y 57% (porcentajes en volumen). Los valores son comparables, es decir muestran un rango de variación muy similar. Debido a la importante variabilidad que

presentan los conglomerados en cuanto a porcentaje de boleos dentro de su estructura, y a su influencia en los resultados de las propiedades de los conglomerados (según resultados de ensayos que se indican posteriormente), se considera importante usar siempre una relación entre el módulo de elasticidad del conglomerado y su porcentaje de boleos, es decir, de ahora en adelante todos los análisis se realizan en base a la o las curvas obtenidas de E vs. % boleos. Para la relación de Poisson (la segunda propiedad elástica buscada) se usaría igual criterio.



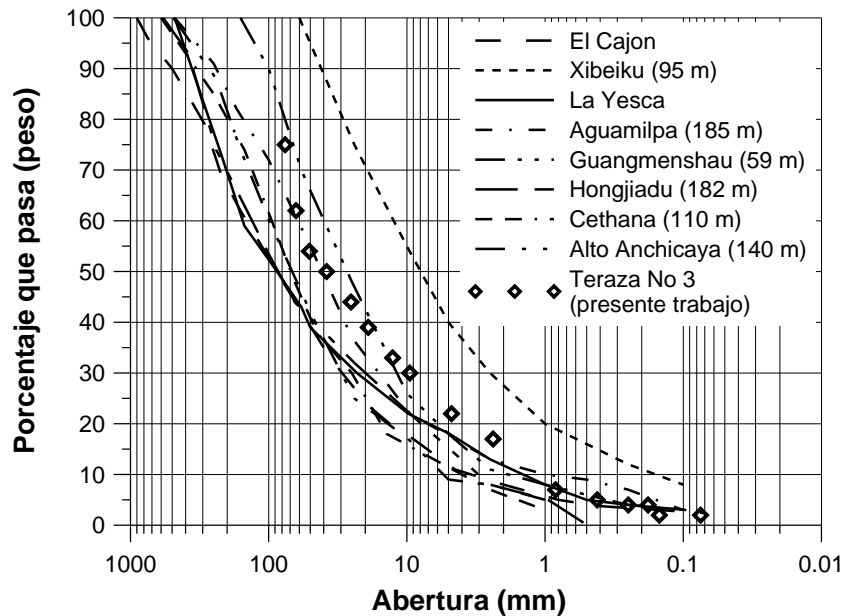
**Figura 3.** Propiedades elásticas del conglomerado obtenidas en función del porcentaje de boleos. A la izquierda: módulo de elasticidad (E) de conglomerado, resultados experimentación (símbolos) y ecuación (línea); a la derecha: coeficiente de Poisson ( $\nu$ ).

Posteriormente se realizó un estudio de sensibilidad variando la distribución de los boleos en la muestra, su granulometría, las propiedades elásticas de los boleos y su tamaño. Los ensayos consistieron en variar, dentro de un rango posible únicamente cada parámetro y revisar su correspondiente influencia en las propiedades del conglomerado como conjunto. Se llegó a determinar que si se trabaja únicamente dentro de las granulometrías normales para los conglomerados estudiados, las propiedades del conjunto no son afectadas por las variaciones de los parámetros mencionados. Entonces se considera como único parámetro de variación la cantidad de boleos presentes en las muestras además claro de las propiedades de la matriz. Los resultados de las propiedades de los conglomerados se obtienen en función a la variación de los parámetros influyentes en su valor. Se debe por lo tanto partir con propiedades de la matriz, que a su vez deben elegirse en función de sus correspondientes parámetros de variación, y de la cantidad de boleos presentes en el conglomerado en estudio. Los resultados obtenidos se indican en la Figura 3.

#### 4. DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos permiten contar con relaciones entre las propiedades elásticas del conglomerado y propiedades relativamente fáciles de determinar. El módulo de Young (E) de la matriz y el porcentaje de boleos del conglomerado resultan ser los factores determinantes en el comportamiento del conjunto. Esto implica claras ventajas prácticas. Sin embargo, está claro que, a pesar de las sólidas bases mecánicas que fundamentan la teoría de la homogeneización, lo cual hace plausible la confiabilidad de los resultados, una validación experimental de estos se presenta como indispensable.

Aunque no se cuenta con una validación física de los resultados obtenidos, se los puede comparar con información sobre módulos de elasticidad obtenidos de ensayos reales sobre materiales con características granulométricas muy similares a las halladas para el conglomerado. Alemán Velásquez y col. (2009) se presenta un estudio acerca de la construcción y seguimiento al comportamiento geotécnico de una presa de enrocado del proyecto hidroeléctrico La Yesca, localizada sobre el río Santiago cerca de la ciudad de Guadalajara, México. En su desarrollo la publicación indica la obtención de módulos de elasticidad reales conseguidos mediante ensayos triaxiales gigantes sobre materiales con granulometrías específicas.

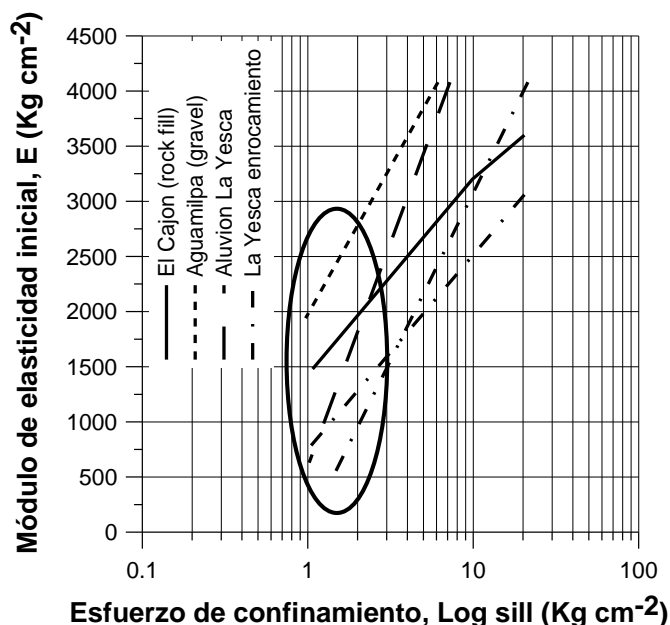


**Figura 4.** Curvas granulométricas para diferentes tipos de materiales empleados en la construcción de presas de tierra en México. Grafico obtenido de Alemán Velásquez y col. (2009). Se incluyen puntos aislados que representan la granulometría hallada para una Terraza No 3 (estudiada en el presente trabajo).

Se indica en la Figura 4 un gráfico obtenido de esta publicación en donde se pueden observar las diferentes curvas granulométricas típicas para cada material del cual posteriormente se obtienen sus módulos de elasticidad, comparada con resultados obtenidos en el presente trabajo. En la Figura 5, tomada de la misma referencia, se muestran precisamente los módulos de elasticidad obtenidos para cada material en función de la presión de confinamiento usada. La Figura 4 muestra las curvas granulométricas para los materiales estudiados. Se incorpora en el gráfico una granulometría de conglomerado de la Terraza 3 estudiada en el presente trabajo. Esta granulometría se ubica entre las curvas mostradas en la figura (corresponde a los puntos que no están unidos por una línea), lo que quiere decir que la composición de un conglomerado de Terraza 3 es comparable con los materiales que estudia la referencia mencionada.

La Figura 5 indica la variación del módulo de elasticidad de los materiales estudiados en Alemán Velásquez y col. (2009) en función de la presión de confinamiento. Se incorporó una escala en  $\text{Kg cm}^{-2}$  que es la unidad de presión usada en el presente trabajo. La elipse indica el rango en donde se ubican los resultados de módulo de elasticidad para el conglomerado estudiado en el presente trabajo. Se puede observar cómo los resultados para el conglomerado se ubican dentro del rango de valores reales resultado de ensayos físicos sobre materiales de similares características. Cabe recalcar que los materiales que sirven de referencia son materiales elaborados, no naturales; es decir son comparables a los efectivamente usados en el presente trabajo. La diferencia radica en que los primeros resultados se obtienen de ensayos físicos sobre las muestras mientras en los segundos (los correspondientes a este artículo) resultan de experimentación numérica en computador. Según esta comparación, los

módulos de elasticidad del conglomerado tienen un cierto grado de confianza al resultar semejantes a las propiedades obtenidas a través de ensayos físicos (triaxiales) sobre muestras de composición similar. Queda, claro está, la pregunta de cuánto se alteran las muestras al reconformarlas para su estudio en laboratorio.



**Figura 5.** Resultados de módulos de elasticidad de los materiales indicados en la Figura 4 en función del esfuerzo de confinamiento. Obtenido de Alemán Velásquez y col. (2009). La elipse representa la zona donde se encuentran los resultados del presente trabajo.

## 5. CONCLUSIONES

El presente trabajo ha llegado a determinar una relación entre las propiedades elásticas del conglomerado en función de las propiedades de su matriz y del porcentaje de boleas presentes en el conjunto (conglomerado). Para estimar un valor de módulo de Young y de Poisson para un conglomerado específico, se debería proceder de la siguiente manera. En primer lugar es necesario contar con cierta información del conglomerado en conjunto. El porcentaje de boleas presentes es uno de los parámetros más importantes. Se lo puede aproximar a través de un análisis visual o, de ser posible, de una granulometría en un volumen representativo. Por otro lado, se necesitaría saber si el conglomerado tiene características asimilables a las de un conglomerado estándar estudiado en el presente trabajo. Una buena manera de determinarlo es comparando la granulometría del conglomerado que se quiere estudiar con la presentada aquí. Por último, se debería contar con información sobre la matriz del conglomerado. Este aspecto es de más cuidado y requiere mayor análisis. Se debería llegar a determinar el peso específico in situ de la matriz, además de establecer la profundidad de estudio requerida y el ensayo triaxial que más se asemeja al posible comportamiento del material en campo. Con esta información, usando la figura 2, se puede establecer el módulo de elasticidad recomendado para el material. Una vez obtenidos el módulo de elasticidad de la matriz y el porcentaje de boleas presentes en el conglomerado (determinado previamente) es posible aproximar un módulo de elasticidad para el conjunto. Se puede usar para esto el gráfico 3 o la ecuación usada para su elaboración. Aunque los resultados hallados en este trabajo necesitan una validación rigurosa, se puede decir que los valores obtenidos varían en un rango bastante plausible y además son parecidos a ensayos físicos realizados en materiales similares, tal es el caso de los resultados de estudios en México, explicados anteriormente. Por ello, se considera que este trabajo constituye un buen inicio en el necesario e importante estudio del conglomerado de la ciudad de Cuenca.

## BIBLIOGRAFÍA

- Alemán Velásquez, J.D., A. Pantoja Sánchez, S. Villegas Lesso, 2009. Estudios y diseño geotécnico de la cortina del P.H. La Yesca. *Revista de la Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos*, 15-24.
- Erazo, M., 2009. Reportes internos. Facultad de Ingeniería. Universidad de Cuenca.
- Geuzaine, C., J. Remacle, 2008. Gmsh Reference Manual, para Gmsh 2.2. <http://www.geuz.org/gmsh/>.
- Holzäpfel, G., 2006. Nonlinear Solid Mechanics, A Continuum Approach for Engineering. *John Wiley and Sons, Ltd.*
- Kanit, T., S. Forest, I. Galliet, V. Mounoury, D. Jeulin, 2003. Determination of the size of the representative volume element for random composites: statistical and numerical approach. *Int. J. Solids Struct.*, 40 (13-14), 3647-3679.
- Nemat-Nasser, S., M. Hori, 1999. Micromechanics: Overall properties of heterogeneous solids (2nd Ed.). *Elsevier Science Publishers*, 810 págs.
- Núñez, A., J. Orellana, 2009. Optimización de la segmentación de imágenes orientada a la homogeneización de conglomerados. *Tesis previa a la obtención del título de ingeniero*, Universidad de Cuenca, Cuenca, Ecuador.
- Ostoja-Starzewski, M., 2006. Material spatial randomness: From statistical to representative volume element. *Probabilist. Eng. Mech.*, 21, 112-132.
- Samaniego, E., L. Matute, C. Samaniego, K. Santacruz, J. Merchán, J. Orellana, P. Quinde, 2008. *Informe Final del Proyecto Estudio Numérico y Experimental de un Elemento de Volumen Representativo de Conglomerado*, Universidad de Cuenca, Cuenca, Ecuador.
- Santacruz, K., 2009. Determinación de las Propiedades Elásticas del Conglomerado de las Formaciones Turi y Terrazas Fluvioglaciáricas de la Ciudad de Cuenca a partir de las Propiedades de su Matriz. *Tesis previa a la obtención del título de magíster*, Universidad de Cuenca, Cuenca, Ecuador.