

Nuevo método de identificación usando la respuesta escalón para sistemas de fase no mínima de segundo orden

Rubén D. Rojas^{1,2}, Winston Garcia-Gabin³

¹ Investigador Prometeo, Universidad de Cuenca, Cuenca, Ecuador.

² CIBYTEL, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.

³ ABB, Corporate Research, Västerås, Suecia.

Autores para correspondencia: rdrojas@ula.ve, winston.garcia-gabin@se.abb.com

Fecha de recepción: 21 de septiembre 2014 - Fecha de aceptación: 17 de octubre 2014

RESUMEN

Este artículo presenta un nuevo método de identificación para sistemas de fase no mínima basado en la respuesta escalón. El enfoque propuesto provee un modelo aproximado de segundo orden evitando diseños experimentales complejos. El método propuesto es un algoritmo de identificación cerrado basado en puntos característicos de la respuesta escalón de sistemas de fase no mínima de segundo orden. Él es validado usando diferentes modelos lineales. Ellos tienen respuesta inversa entre 3,5% y 38% de la respuesta en régimen permanente. En simulaciones, ha sido demostrado que resultados satisfactorios pueden ser obtenidos usando el procedimiento de identificación propuesto, donde los parámetros identificados presentan errores relativos medios, menores que los obtenidos mediante el método de Balaguer.

Palabras clave: Identificación, respuesta escalón, sistemas de fase no mínima.

ABSTRACT

This paper presents a novel identification method for non-minimum phase systems based on the step response. The proposed approach provides a linear second-order model approximation avoiding complex experimental design. The proposed method is a closed identification algorithm based on characteristic points of the second order non minimum phase system step response. It is validated using different linear models. They have inverse response between 3,5% and 38% of the final steady state response. In simulations, it has been shown that satisfactory results can be obtained using the proposed identification procedure, where the identified parameters present mean relative errors lower than those obtained by Balaguer's method.

Keywords: Identification, step response, non-minimum phase systems.

1. INTRODUCCIÓN

La construcción de modelos lineales basados en la curva de reacción del proceso, evita métodos de identificación complejos y proporciona un modo práctico de conseguir fácilmente un modelo del proceso en un punto de operación. Además, el diseño experimental es más simple que las necesarias para otras técnicas de identificación, que a veces implican conocer un modelo lineal simple como punto de partida.

La idea base del método de identificación comúnmente usado basado en la respuesta escalón fue introducida por Kupfmuller (1928), quien propuso un método para estimar la constante de tiempo de un modelo de primer orden. Una mejora de este método fue desarrollada por Strejc (1959), en que algunos puntos de la respuesta escalón son usados, en vez del punto de inflexión. Hay métodos de

identificación bien conocidos que usan algunos puntos característicos, medidos sobre la curva de reacción ante una entrada escalón, para identificar diferentes clases de modelos: para modelos de primer orden (Smith & Corripio, 1997), para modelos de segundo orden no oscilatorios (Strecj, 1959) y oscilatorios (Yuwana & Seborg, 1982). Todos estos métodos son para sistemas de fase mínima. No hay un procedimiento estándar para identificar sistemas de segundo orden de fase no mínima (SOFNM) usando puntos característicos, en el caso cuando la respuesta escalón produce una respuesta inversa; lo cual resulta necesario para el diseño y sintonización de controladores para este tipo de sistemas (Camacho, 1999).

Balaguer *et al.* (2011) proponen un método para identificar sistemas SOFNM. Sin embargo, el método impone fuertes restricciones en cuanto a los polos del sistema, limitando a que estos presenten una dinámica bien diferenciada. Siguiendo parte de esta idea, este artículo muestra un nuevo enfoque para obtener un modelo de SOFNM basado en puntos característicos de la respuesta escalón.

2. PROCEDIMIENTO DE IDENTIFICACIÓN

Considerando un sistema lineal de SOFNM dado por:

$$G(s) = \frac{K(-\eta s + 1)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} e^{-t_0 s} \quad (1)$$

donde $\tau_1 > \tau_2$, son constantes de tiempo, η^{-1} es el cero y t_0 es el retardo de tiempo. La curva de reacción del sistema para una entrada escalón es mostrada en la figura 1. El objetivo del método propuesto es identificar los parámetros del sistema K , η , τ_1 , τ_2 , t_0 , que aparecen en la Ec. (1). La ganancia estimada del modelo identificado, \hat{K} es calculada usando el incremento en régimen permanente de la entrada Δu y la salida y_{ss} como:

$$\hat{K} = \frac{y_{ss}}{\Delta u} \quad (2)$$

Luego, gráficamente sobre la respuesta escalón se obtiene una aproximación del retardo de tiempo, \hat{t}_0 . Ambos parámetros se obtienen de manera similar a la hecha por la mayoría de autores (Balaguer 2011), (Luyben 2003), (Yuwana y Seborg 1982). Entonces, asumiendo \hat{K} y \hat{t}_0 conocidos, sin pérdida de generalidad, una versión trasladada en el tiempo del sistema de SOFNM, Ec.(1), puede ser obtenida de una manera simplificada, como sigue:

$$G(s) = \frac{K(-\eta s + 1)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} = \frac{K_1}{(\tau_1 s + 1)} - \frac{K_2}{(\tau_2 s + 1)} \quad (3)$$

La respuesta escalón en el dominio del tiempo del sistema representado por Ec. (3), puede ser escrita como sigue:

$$y(t) = K - K_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} + K_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}} \quad (4)$$

En este punto, Balaguer asume que $\tau_1 \gg \tau_2$, y la relación $a = \tau_2/\tau_1 < 0.5$, eliminando por aproximación a cero, el ultimo termino de Ec. (4) (Balaguer *et al.*, 2011). Esto no es necesario si consideramos que su primera derivada está dada por

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{K_1}{\tau_1} e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \frac{K_2}{\tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \quad (5)$$

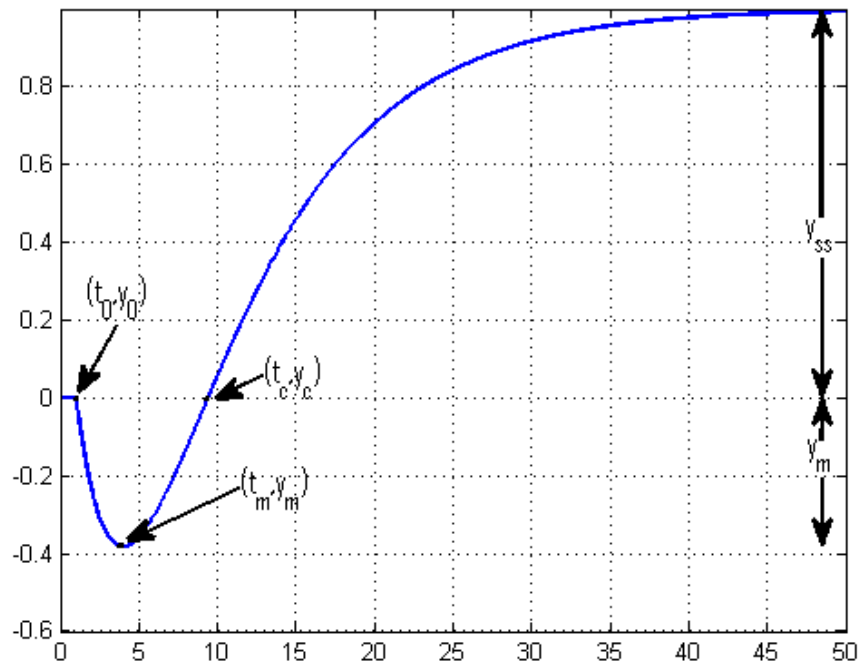


Figura 1. Curva de reacción para un sistema de SOFNM.

y cuando el tiempo tiende a infinito, $t_{\%}$, esta derivada tiende a cero, así a partir de la Ec. (5)

$$K_2 e^{-t_{\%}/\tau_2} \rightarrow \frac{\tau_2}{\tau_1} K_1 e^{-t_{\%}/\tau_1} \quad (6)$$

que al reemplazarla en Ec. (4)

$$y(t_{\%}) = K - K_1 e^{-\frac{t_{\%}}{\tau_1}} \left(1 - \frac{\tau_2}{\tau_1}\right) = K - \beta e^{-t_{\%}/\tau_1} \quad (7)$$

Aplicando el logaritmo natural a ambos lados, la Ec. (7) puede ser reescrita como sigue:

$$\frac{t_{\%}}{\tau_1} = \ln(\beta) - \ln(K - y_{\%}) \quad (8)$$

donde $t_{\%}$ es el instante de tiempo cuando el sistema alcanza el porcentaje (%) dado de la respuesta en régimen permanente ($y_{\%}$). Así, similar al método de Balaguer, para un par de porcentajes dados, $a\%$ y $b\%$ en nuestro caso cercanos al 100% del valor de la respuesta en régimen permanente, τ_1 puede ser estimado como sigue:

$$\hat{\tau}_1 = \frac{t_{a\%} - t_{b\%}}{\ln\left(\frac{K - y_{b\%}}{K - y_{a\%}}\right)} \quad (9)$$

Por otra parte, a diferencia de Balaguer que utiliza ajuste de curvas mediante polinomios, acá se consideran dos puntos característicos $[(t_c, y_c)$ y $(t_m, y_m)]$ de la respuesta escalón del sistema SOFNM (Fig. 1), para estimar los parámetros restantes. A partir de las ecuaciones (4) y (5) evaluadas en el punto característico, $t = t_c$, cuando $y(t_c) = 0$:

$$y(t_c) = K - K_1 e^{-\frac{t_c}{\tau_1}} + K_2 e^{-\frac{t_c}{\tau_2}} = 0 \Rightarrow$$

$$K_2 e^{-\frac{t_c}{\tau_2}} = K_1 e^{-\frac{t_c}{\tau_1}} - K \quad (10)$$

$$\frac{dy(t_c)}{dt} = \frac{K_1}{\tau_1} e^{-\frac{t_c}{\tau_1}} - \frac{K_2}{\tau_2} e^{-\frac{t_c}{\tau_2}} = \dot{Y}_c \quad (11)$$

Reemplazando Ec. (10) en Ec. (11) y resolviendo para e^{-t_c/τ_1} obtenemos

$$e^{-t_c/\tau_1} = \frac{K - \tau_1 a \dot{Y}_c}{K_1(1-a)} \quad (12)$$

donde a es el cociente entre las constantes de tiempo rápida y lenta, que es $a = \tau_2/\tau_1$. Así $0 < a < 1$.

Similarmente, para el punto mínimo de la curva de reacción, $t = t_m$, las ecuaciones (4) y (5) pueden ser escritas como:

$$y(t_m) = K - K_1 e^{-\frac{t_m}{\tau_1}} + K_2 e^{-\frac{t_m}{\tau_2}} = Y_m \quad (13)$$

$$\frac{dy(t_m)}{dt} = \frac{K_1}{\tau_1} e^{-\frac{t_m}{\tau_1}} - \frac{K_2}{\tau_2} e^{-\frac{t_m}{\tau_2}} = 0 \Rightarrow$$

$$K_2 e^{-\frac{t_m}{\tau_2}} = a K_1 e^{-\frac{t_m}{\tau_1}} \quad (14)$$

Reemplazando Ec. (14) en Ec. (13) y resolviendo para e^{-t_m/τ_1} obtenemos

$$e^{-t_m/\tau_1} = \frac{K - Y_m}{K_1(1-a)} \quad (15)$$

Dividiendo la Ec. (12), entre Ec. (15) y resolviendo para a obtenemos el estimado \hat{a} :

$$\hat{a} = \frac{\hat{K} - (\hat{K} - Y_m) e^{-\frac{t_c - t_m}{\hat{\tau}_1}}}{\hat{\tau}_1 \hat{Y}_c} \quad (16)$$

donde la derivada en el punto de cruce por cero, \dot{Y}_c , puede ser estimado mediante una aproximación en diferencias finitas en el instante $t = t_c$. Existen diferentes aproximaciones de esta derivada de acuerdo al tipo de ecuación en diferencias que se aplique y al orden de la aproximación utilizada. En nuestro caso se utilizó una ecuación en diferencias adelantadas de primer orden:

$$\hat{Y}_c = \frac{y(t_c + \Delta t) - y(t_c)}{\Delta t} \quad (17)$$

Esta aproximación solo requiere de dos puntos y es válida en casos de ausencia de ruido. En el caso de presencia de ruido en la medición es preferible una aproximación de orden mayor, que involucre más puntos alrededor del punto de corte, ya que estas aproximaciones incluyen una relación de promedio entre ellos que ayuda a filtrar el efecto del ruido.

Así, conociendo el valor estimado de \hat{a} , la constante de tiempo más rápida, $\hat{\tau}_2 \simeq \hat{a} \hat{\tau}_1$, puede ser estimada. Finalmente, de la Ec. (3) podemos obtener K_I como:

$$K_I = \frac{K(1+b)}{(1-a)} \quad (18)$$

y sustituyendo en la Ec. (15) podemos obtener una ecuación para estimar \hat{b} , para completar el algoritmo de identificación:

$$\hat{b} = \frac{Y_m - \hat{K}}{\hat{K}} e^{\frac{t_m}{\hat{\tau}_1}} - 1 \quad (19)$$

donde b es el cociente entre la constante de tiempo del cero y la constante de tiempo más lenta, que es $b = \eta/\tau_1$; Así que, $\hat{\eta} \simeq \hat{b} \hat{\tau}_1$, quedando todos los parámetros del modelo, Ec. (1), totalmente estimados.

Es de hacer notar que para evitar el problema de polos que no presentan dinámicas bien diferenciadas ($a > 0.5$) (Balaguer *et al.*, 2011), acá se introduce un factor de corrección para recalcular la constante de tiempo más lenta, τ_1 cuando, $\hat{a} > 0.5$, como sigue:

$$\hat{\tau}_1 = 0.9 (\hat{\tau}_1) \quad (20)$$

y con este nuevo valor de $\hat{\tau}_1$, recalculamos los demás valores estimados.

3. EJEMPLOS

Para ilustrar y evaluar el método de identificación propuesto, se planteó un estudio basado en simulaciones mediante dos ejemplos que permiten presentar primero la efectividad del método propuesto y luego contrastar con otra técnica similar para evaluar su desempeño.

3.1. Ejemplo #1

Para este caso se utilizaron cuatro modelos diferentes de fase no mínima, cuya función de transferencia es representada por la Ec. (1). Ellos presentan una ganancia K y un tiempo muerto unitarios y tienen una respuesta inversa entre el 3,5% y el 38% de la respuesta de estado estacionario final. La Tabla 1 presenta el resto de los parámetros de los modelos en estudio.

Tabla 1. Valores Paramétricos Nominales.

τ_1	τ_2	η	IR [%]
2,2	1,1	0,5	3,5
1,2	1,0	1,0	19
1,6	1,2	1,4	22
7,7	1,3	8,0	38

La Tabla 2 resume los valores aproximados obtenidos para los parámetros de $\hat{\tau}_1$, $\hat{\tau}_2$ y $\hat{\eta}$ con sus errores relativos respectivos. Podemos observar que para $\hat{\tau}_1$ y $\hat{\eta}$ los errores relativos medios, ERM,

son menores de 1,5 sin embargo para $\hat{\tau}_2$ su valor es mayor de 8,0, esto se puede deber a la propagación de errores en la estimación, ya que $\hat{\tau}_2 \simeq \hat{a} \hat{\tau}_1$ y tanto, $\hat{\tau}_1$ como \hat{a} ya de por si son aproximaciones y esta última, a su vez, también depende de la aproximación de la derivada en el punto de corte (Ec. (17)).

La Fig. 2, muestra la salida de la planta real junto a la salida de planta identificada con el método propuesto para el peor caso (donde los errores relativos de los parámetros $ER(\hat{\tau}_1) = 1,5655$, $ER(\hat{\tau}_2) = 15,3018$ y $ER(\hat{\eta}) = 1,3619$), particularmente el de $\hat{\tau}_2$. La entrada escalón es de magnitud unitaria y aplicada en el tiempo cero. Al observar ambas respuestas podemos considerar que son bastante similares y por lo tanto no existen diferencias significativas, para el diseño de algún controlador con características medianamente robustas.

Tabla 2. Valores Estimados de $\hat{\tau}_1$, $\hat{\tau}_2$ y $\hat{\eta}$ y su error relativo.

$\hat{\tau}_1$	Error Relativo (%)	$\hat{\tau}_2$	Error Relativo (%)	$\hat{\eta}$	Error Relativo (%)
2,2403	1,8315	1,0288	6,4766	0,5023	0,4527
1,2188	1,5655	0,8470	15,3018	1,0136	1,3619
1,5684	1,9742	1,0769	10,2619	1,4217	1,5506
7,7000	0,0000	1,2890	0,8457	8,0239	0,2990
ERM	1,3428	ERM	8,2215	ERM	0,9160

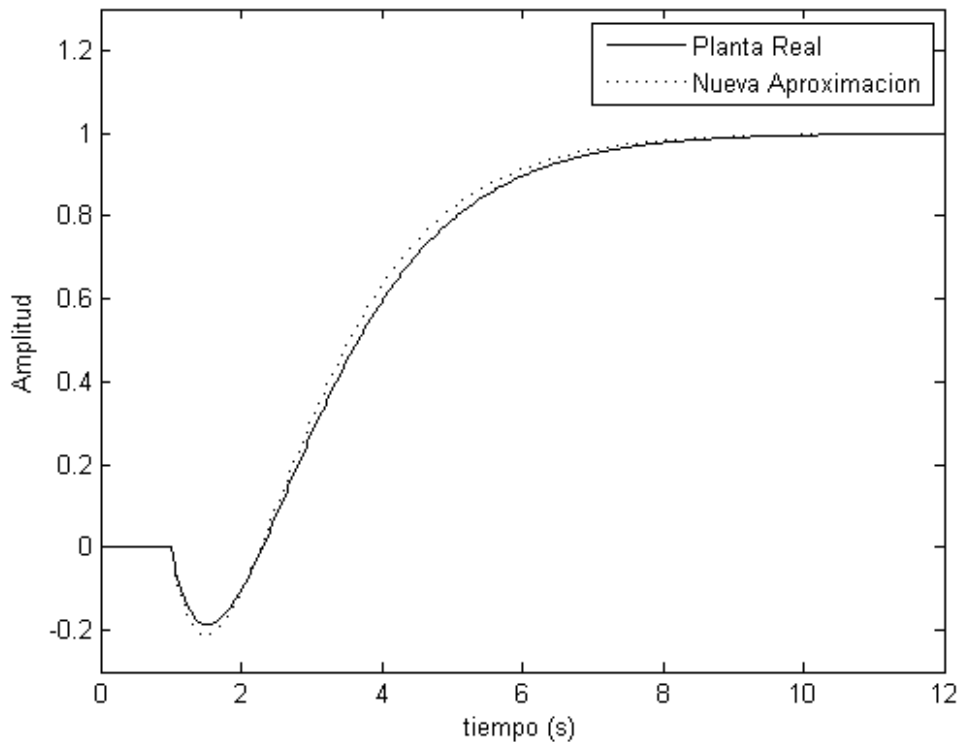


Figura 2. Comparación de la respuesta escalón para la planta real y la nueva aproximación, para el peor caso $ER(\hat{\tau}_2) = 15,3018$.

3.2. Ejemplo #2

A modo de comparación se escogió el ejemplo 1 propuesto por Balaguer y colaboradores. Considerando un sistema lineal de SOFNM dado por la Ec. (1), donde $K = 1$, $\tau_l = 1$, $\tau = b = 1$ y $\tau_2 = a = [0,2, 0,35, 0,5]$, con el objetivo de probar diferentes dinámicas de los polos (diferentes valores de a) (Balaguer *et al.*, 2011).

Tabla 3. Valores Nominales y Estimados de $\hat{\tau}_1$.

τ_1	$\hat{\tau}_1$ Nuevo Método	Error Relativo (%)	$\hat{\tau}_1$ Según Balaguer	Error Relativo (%)
1,0	1,0000	0,0002	1,0014	0,1351
1,0	1,0012	0,1181	1,0164	1,6401
1,0	1,0141	1,4065	1,0602	6,0237
ERM	-o-	0.5082	-o-	2,5996

Las Tablas 3, 4 y 5 resumen los valores aproximados obtenidos para los parámetros de $\hat{\tau}_1$, \hat{a} y \hat{b} con sus respectivos errores relativos, tanto para el método propuesto como para el método de Balaguer (Balaguer *et al.*, 2011). Podemos observar que para $\hat{\tau}_1$ y \hat{b} los errores relativos medios, ERM, obtenidos para el método propuesto son significativamente menores que los que se obtienen mediante el método de identificación de Balaguer.

Por otro lado, los valores de error relativo medio para la estimación de parámetro \hat{a} , mediante ambos métodos, no muestran una diferencia significativa (ver Tabla 4).

Tabla 4. Valores nominales y estimados de \hat{a} .

a	\hat{a} Nuevo Método	Error Relativo (%)	\hat{a} Según Balaguer	Error Relativo (%)
0,20	0,1765	11,7550	0,2177	8,8577
0,35	0,3376	3,5380	0,3656	4,4565
0,50	0,4722	5,5552	0,4675	6,4957
ERM	-o-	6,9494	-o-	6,6033

Tabla 5. Valores Nominales y Estimados de \hat{b} .

b	\hat{b} Nuevo Método	Error Relativo (%)	\hat{b} Según Balaguer	Error Relativo (%)
1,0	1,0007	0,0693	1,0000	0,0048
1,0	0,9930	0,6977	0,9893	1,0697
1,0	0,9918	0,8209	0,9536	4,6403
ERM	-o-	0,5293	-o-	1,9049

La Fig. 3, muestra la salida de la planta real junto a las salidas de la planta identificada mediante el método propuesto y el método de Balaguer, para el caso donde $a = 0,5$, ante una entrada escalón de magnitud unitaria aplicada en el tiempo cero. Podemos observar que las respuestas de la planta real y la identificada por el método propuesto se solapan prácticamente durante todo el trayecto, mientras que la respuesta de la planta identificada por el método de Balaguer presenta una pequeña diferencia en la respuesta inversa.

4. CONCLUSIONES

Se ha propuesto un nuevo método simple para identificar sistemas de fase no mínima usando la respuesta escalón. La derivación matemática detallada para modelos de SOFNM ha sido presentada, para mostrar como los parámetros de proceso pueden ser estimados a partir de puntos característicos. Las respuestas de las plantas estimadas no presentan diferencias significativas, respecto a las respuestas de las plantas reales y por lo tanto son buena base para el diseño de controladores con características medianamente robustas. Además, cuando se compararon las respuestas obtenidas

mediante los modelos aproximados por el método propuesto con aquellas obtenidas mediante el método de Balaguer, se encontró una amplia mejora en la estimación de dos de los tres parámetros y sin diferencias significativas en el tercero.

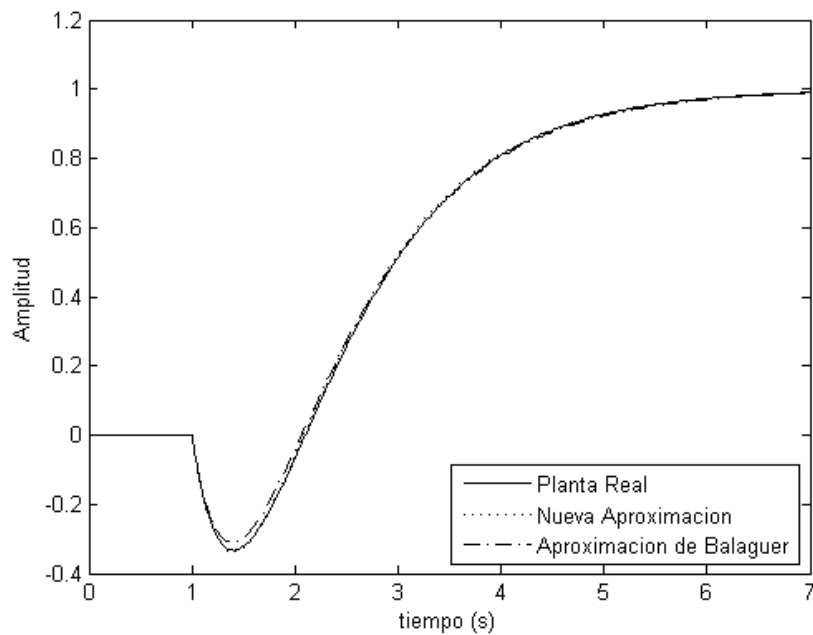


Figura 3. Comparación de la respuesta escalon para la planta real y las dos aproximaciones para el caso $a = 0,5$.

AGRADECIMIENTOS

Los autores del presente trabajo agradecen al Proyecto Prometeo de la Secretaría de Educación Superior, Ciencia Tecnología e Innovación de la República del Ecuador, por su patrocinio para la realización de este trabajo.

REFERENCIAS

- Balaguer, P., V. Alfaro, O. Arrieta, 2011. Second order inverse response process identification from transient step response. *ISA Transactions*, 231-238.
- Camacho, O., R. Rojas, W. Garcia-Gabin, 1999. Variables structure control to inverse response systems with dead time. *ISA Transactions*, 87-99.
- Kupfmuller, K., 1928. Über die dynamik der selbsttatigen verstärkungsregler. *Elektrische Nachrichtentechnik*, 459-467.
- Luyben, W., 2003. Identification and tuning of integrating processes with deadtime and inverse response. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 3030-3035.
- Smith, C.A., A.B. Corripio, 1997. *Principles and practice of automatic process control*. John Wiley & Sons, New York, USA.
- Strecj, V.1959. Approximation aperiodischer ubertra gungscharakteristiken. *Regelungstechnik*, 124-128.
- Yuwana, M., D. Seborg, 1982. A new method for on-line controller. *AIChE Journal*, 434-440.