

Evaluación de la distribución del caudal específico en aliviaderos escalonados sin cajeros laterales

Soledad Estrella¹, Martí Sánchez-Juny²

¹ Grupo de Hidráulica e Ingeniería Sanitaria, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Cuenca, Av. 12 de Abril y Agustín Cueva, Cuenca, Ecuador, 010201.

² Instituto FLUMEN-UPC-CIMNE, Departament de Enginyeria Hidràulica, Marítima i Ambiental, Universitat Politècnica de Catalunya, Calle Jordi Girona, 31, Barcelona, España, 08034.

Autor para correspondencia: soledad.estrella@ucuenca.edu.ec

Fecha de recepción: 21 de septiembre de 2014 - Fecha de aceptación: 17 de octubre de 2014

RESUMEN

Tradicionalmente la construcción de aliviaderos escalonados en presas de hormigón compactado con rodillo (HCR) se caracteriza por la presencia de muretes guía que imponen un ancho constante a lo largo del aliviadero y que conducen el flujo desde la coronación hasta el pie. Dichos cajeros suponen una unidad de obra de costes y tiempos de ejecución significativa que resultan interesantes de reducir. En la literatura especializada se puede encontrar una amplia descripción del comportamiento hidráulico de rápidas escalonadas con cajeros laterales y aunque recientemente se han encontrado algunos ejemplos de diseño de aliviaderos escalonados sin cajeros laterales no existe una investigación que defina el comportamiento hidráulico en esta condición. En este contexto, surgió el proyecto ALIVESCA cuyo principal objetivo fue caracterizar el comportamiento hidráulico de éste caso en base a un estudio en modelo físico. El modelo ubicado en los laboratorios del Instituto Flumen (UPC), opera bajo la semejanza de Froude. Se construyó representando un aliviadero prototipo de altura de presa de 75 m, altura de escalón de 1.20 m, pendiente 0.8 y un paramento de ancho de 45 m, (escala 1:15). En este artículo se presenta el efecto de la ausencia de cajeros en la distribución del caudal a lo largo y ancho de la rápida escalonada. Los resultados han permitido determinar que las variables que condicionan la expansión del flujo son: el caudal específico de vertido y la posición (altura) considerada. En base a estas variables, se propone un ajuste para predecir la distribución lateral del caudal a partir de la ecuación de conservación de la masa, utilizando medidas de aforo y tratamiento digital de imágenes.

Palabras clave: Hidráulica, modelo físico, hormigón compactado con rodillo (HCR), innovación.

ABSTRACT

Traditionally the construction of stepped spillways in roller compacted concrete dams (RCC) is characterized by the presence of sidewalls that imposes a constant width along the spillway and guides the flow from the crest to the toe. These sidewalls imply significant time and cost of execution that could be considerably reduced. In the specialized literature there is a comprehensive description of the hydraulic behavior of stepped chutes with sidewalls and besides that recently few examples of stepped spillways designed without sidewalls have been found no formal investigation defines the hydraulic behavior in this condition. In this context arises the ALIVESCA with the objective of characterizing the hydraulic behavior of stepped spillways without sidewalls in RCC dams by physical modeling. The model located in Flumen Institute's laboratories (UPC), operates under the Froude similarity. It was constructed representing a 75 m dam height, 1.20 m step height, 0.8 slope and 45 m dam width (scale 1:15). In this article, the decrease of the specific discharge along and across the chute due to the flow lateral expansion is defined. The variables that determine such decrease are: the specific discharge at the entrance and the position (height) considered. Thus, an adjustment is proposed to

predict the flow distribution in terms of these variables by mass conservation defined using flow gauging and image digital analysis.

Keywords: Hydraulics, physical model, roller compacted concrete (RCC), innovation.

1. INTRODUCCIÓN

Desde los años 70 el desarrollo de la técnica de construcción de presas de gravedad de hormigón compactado con rodillo (HCR, en inglés RCC - rolled compacted concrete) ha estimulado la investigación en el comportamiento hidráulico de aliviaderos escalonados. Son claras las ventajas que este tipo de aliviaderos presenta, tanto en aspectos constructivos (mayor velocidad de ejecución que redunda en menores costes) como respecto al funcionamiento hidráulico (mayor capacidad de disipación de energía y menor riesgo de cavitación a lo largo del aliviadero).

La investigación hidráulica de aliviaderos escalonados tradicionales (con cajeros laterales) ha permitido caracterizar los diferentes tipos de flujo que se producen sobre una rápida escalonada, desde flujo escalón a escalón (nappe flow) (Renna & Fratino, 2010) hasta flujo rasante (skimming flow) (Chamani & Rajaratnam, 1999; Chanson, 2006; Rajaratnam, 1990, Sánchez-Juny & Dolz, 2003) pasando por flujo de transición (Chanson & Toombes, 2004; Chanson, 1996). A este respecto, los trabajos de diversos autores (Amador, 2005; Meireles, 2004) han permitido establecer ecuaciones que caracterizan los límites de la ocurrencia de cada tipo. Así por ejemplo Amador (2005) plantea las siguientes ecuaciones.

Límite superior del flujo escalón a escalón:

$$\frac{y_c}{h} = 0.649 \cdot \left(\frac{h}{l}\right)^{-0.175} \quad (4)$$

Inicio del flujo rasante:

$$\frac{y_c}{h} = 0.854 \cdot \left(\frac{h}{l}\right)^{-0.169} \quad (5)$$

donde, y_c es el calado crítico, h la altura de la contrahuella del escalón y l la longitud de la huella del escalón. Los valores entre estos dos límites se corresponden al flujo de transición.

A pesar del amplio estudio del comportamiento hidráulico de aliviaderos escalonado en la actualidad continua un abierto interés por ampliar el conocimiento hidráulico de estas estructuras apuntando a generar nuevas tendencias de diseño. De la literatura se pueden citar los estudios de: Felder & Chanson (2011) que estudian la disipación de energía en aliviaderos con tamaños de escalón variable; Hunt (2008) que analiza aliviaderos escalonados con cajeros convergentes; y Zare & Doering (2012) que estudian el efecto de escalones redondeados en el comportamiento hidráulico.

De este permanente afán de innovar en el diseño surgió el proyecto de Investigación Aplicada Colaborativa ALIVESCA, entre la empresa constructora DRAGADOS S.A., el Instituto Flumen y el Centro de Estudios Hidrográficos del CEDEX, el mismo que además fue marco de la investigación doctoral "Comportamiento hidráulico de aliviaderos escalonados sin cajeros laterales en presas de HCR".

En el caso de un aliviadero sin cajeros laterales, todo el ancho de la presa (B) es útil para el paso de agua, la ausencia de cajeros laterales produce, desde aguas arriba hacia abajo, una expansión lateral de la lámina de agua y, por tanto, una disminución del caudal específico a lo largo y ancho del aliviadero. La Figura 1 muestra una vista posterior de la expansión lateral para el ensayo con ancho de vertido adimensional b_0/B de $1/3$ (b_0 es el ancho de la ventana de vertido y B el ancho total del modelo) y caudal específico adimensional a la entrada $(y_c/h)_e$ igual a 1.14 (calculado con la Ec. 3). En este caso se puede ver el efecto en la expansión lateral en el llenado de los escalones, observando que

en la zona encarada con la ventana de vertido (Canal 1) el caudal es mayor al de la zona de expansión (Canales 2 y 3).



Figura 1. Vista posterior de la expansión lateral respecto al llenado de los escalones. Ensayo $b_0/B=1/3$ y $(y_c/h)_e=1.14$.

El objetivo de este artículo es presentar los resultados obtenidos para determinar la variación del caudal específico a lo ancho y largo del vertido, en función de las variables que condicionan la expansión lateral del flujo en ausencia de cajeros laterales, esto es caudal de entrada y altura del aliviadero. Estas dos medidas se han representado adimensionalmente como: el calado característico a la entrada $(y_c/h)_e$ (Ec. 3) y la relación entre el punto de medida y la longitud total del vertedero, L/L_t (Ec. 4):

$$\left(\frac{y_c}{h}\right)_e = \frac{\sqrt[3]{q_e^2/g}}{h} \quad (6)$$

$$\frac{L}{L_t} = \frac{11.95 + \left(\frac{H - 7.20}{\sin \alpha}\right)}{93.40} \quad (7)$$

2. METODOLOGÍA

Para el estudio experimental se construyó un modelo reducido que opera bajo la semejanza de Froude (ver Fig. 2). El modelo representa un aliviadero prototipo de altura de presa (H) de 75 m, altura de escalón (h) de 1.20 m, pendiente (i) 0.8 (lo que configura una huella de 0.96 m) y un ancho de paramento (B) de 45 m (escala 1:15), incluyendo una transición entre el umbral y la rápida (Elviro García & Mateos Iguacel, 1995). El tamaño de escalón y la pendiente del aliviadero se definieron en base al análisis de las presas de HCR tipo que construye la empresa DRAGADOS S.A.

Adicionalmente se dispuso de un acompañamiento en cabecera con una longitud de 10 m, que correspondería a la longitud de una pila de apoyo del vial de acceso a la coronación de una presa de gravedad de HCR (hormigón compactado con rodillo). Ensayos preliminares en ALIVESCA demostraron que este elemento permite reducir la expansión lateral entre 10 y 20%. Detalles de este componente pueden encontrarse en Estrella (2013). La distribución de caudal específico se obtiene

relacionando, a partir de la ecuación de conservación de la masa, medidas de aforo e información proveniente del tratamiento digital de fotografías frontales del vertido.



Figura 2. Modelo ALIVESCA.

2.1. Aforo

La distribución de caudal por aforo se realizó utilizando tres canales uniformemente repartidos a lo ancho del pie del aliviadero, esto es una longitud de $B/3$ al pie de la rápida. El Canal 1 encarado con la ventana de vertido, el Canal 2 intermedio y el Canal 3 más alejado de la ventana de vertido (ver Fig. 1).

Para ello se utilizaron curvas de gasto con vertederos previamente calibrados de cada uno de los canales (detalles de este componente pueden encontrarse en la puesta a punto de la instalación en Estrella (2013)). El máximo error determinado en cada canal aforo es de un 5%, que corresponde al error de la curva de descarga del vertedero más el error de los instrumentos de medida. Las medidas se realizaron extendiendo, hacia aguas arriba, los canales a lo largo de la rápida escalonada, hasta diferentes alturas que adimensionalmente serían $L/L_t=0.34; 0.51; 0.67; 0.84$ y 1.00 .

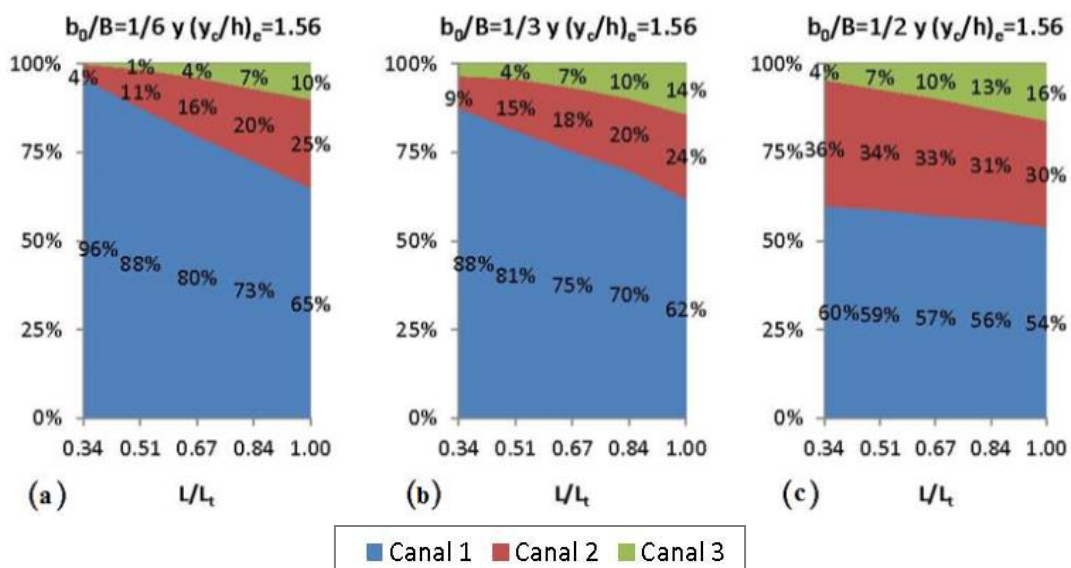


Figura 3. Ejemplos de distribución de caudal, para $(y_c/h)_e=1.56$ y diferentes alturas de aliviadero (L/L_t): (a) $b_0/B=1/6$; (b) $b_0/B=1/3$; (c) $b_0/B=1/2$.

Durante la campaña de ensayos se realizaron aforos para diferentes anchos de vertido y diferentes caudales específicos de entrada. La Fig. 3 muestra ejemplos de aforos obtenidos, con los porcentajes de distribución de caudal en los tres canales. El Canal 1 (Fig. 3 área en azul) es el que se encuentra encarado con la ventana de vertido y capta la mayor parte del caudal vertido; el Canal 2 (Fig. 3 área en rojo) recibe el aporte del área central y el Canal 3 (Fig. 3 área en verde) más alejado de la ventana de vertido que captaría un residual bastante menor. Otros resultados de las medidas de aforo se pueden encontrar en Estrella *et al.* (2011).

2.2. Análisis de imágenes

El método utilizado consistió en la captura de secuencias frontales de video, recogiendo en cada ensayo un mínimo de 240 fotogramas. A partir de un código de Matlab (Marti-Cardona *et al.*, 2010), las intensidades de luz de cada píxel de los 240 fotogramas se usaron para obtener un fotograma promedio utilizado para correlacionar la distribución discreta obtenida por aforo y, así, determinar la distribución del caudal específico a lo largo y ancho del aliviadero.

La Fig. 4 ejemplifica tres fotogramas de los 240 registrados para el ensayo $(y_c/h)_e=1.56$ y $b_0/B=1/3$, los mismos que se resumen en una imagen promedio.

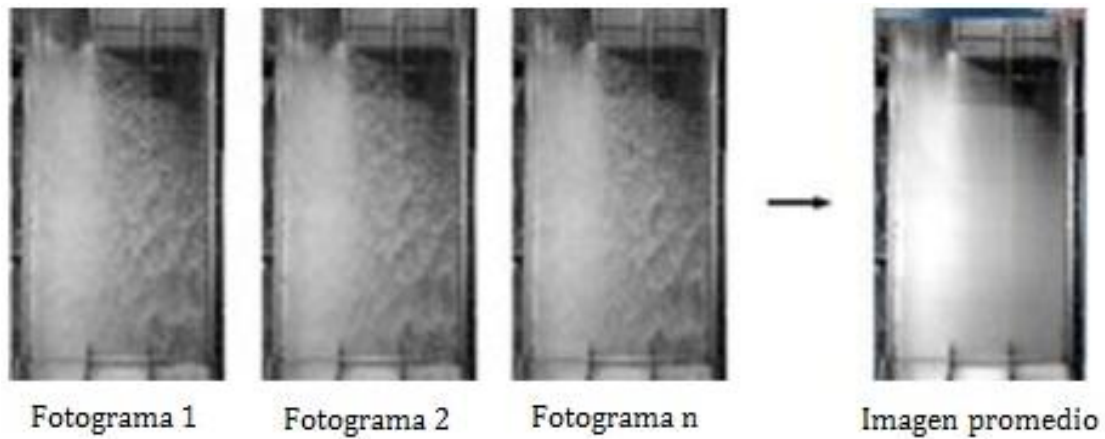


Figura 4. Ejemplo del análisis de imagen: $(y_c/h)_e=1.56$ y $b_0/B=1/3$.

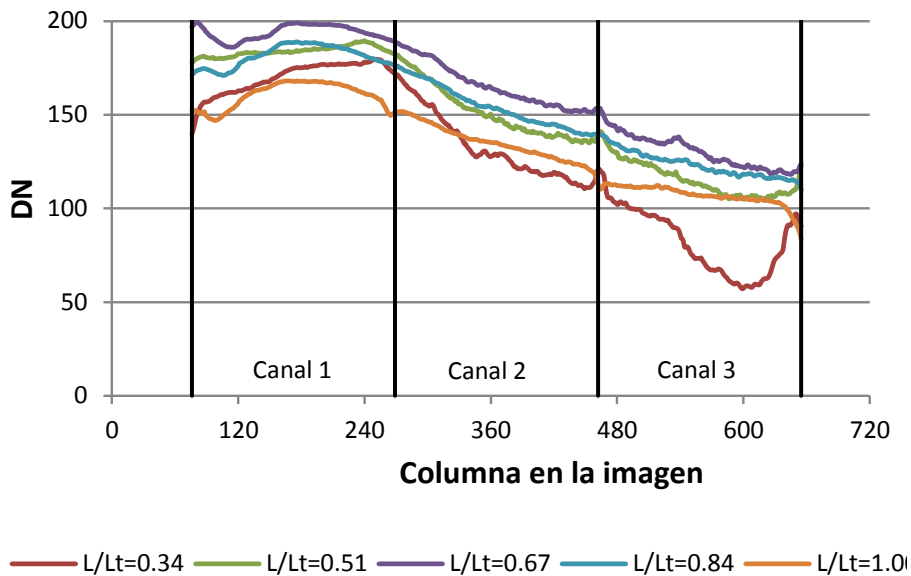


Figura 5. Distribución transversal de la escala de grises a partir del DN de la imagen (siendo 0 el color negro y 255 color blanco): $(y_c/h)_e=1.56$ a diferentes alturas de aliviadero (L/Lt).

Las distribuciones de la intensidad de luz (DN) de cada imagen promedio combinada con los aforos y siguiendo el principio de conservación de la masa permiten estimar la distribución de caudal a diferentes alturas del aliviadero. La Fig. 5 ejemplifica la distribución de del número DN para el ensayo $(y_c/h)_e=1.56$ y $b_0/B=1/3$.

Como puede apreciarse en la figura 4, la zona encarada con la ventana de vertido que se encuentra en régimen rasante presenta un aspecto blanco. Debido a esto, en la Fig. 5 puede verse que la zona correspondiente al Canal 1 presenta valores de DN máximos, entre 180 y 200. En esta zona pueden apreciarse dos cosas: 1. una caída inicial debida a reflejos del contorno lateral derecho en la imagen, y 2. que las curva DN alcanzan unos máximos debido a la saturación de la imagen. Por estas razones la información de esta zona no fue utilizada para la determinación de la distribución transversal de caudal.

Por otro lado, puede observarse que a medida que el caudal específico disminuye lateralmente, se produce un cambio a régimen de transición o incluso escalón a escalón, lo que provoca que el flujo sea más discontinuo y por tanto el valor de DN decrezca transversalmente. En la Fig. 4 puede apreciarse que la distribución transversal de la escala de grises permite caracterizar adecuadamente el efecto de la expansión lateral de la lámina de agua en la zona correspondiente a los Canales 2 y 3.

Asimismo, se aprecian diferencias en las curvas DN obtenidas a diferentes alturas del aliviadero (L/L_t), tales diferencias son debidas al grado de iluminación de cada altura, sin embargo, se considera que a una misma altura la iluminación es uniforme. También se pueden apreciar picos en los límites de cada canal, éstos son debidos al efecto al fondo de la propia estructura, es decir, de las vigas y columnas que modifican ligeramente la distribución de las curvas DN.

Además, se puede destacar la curva correspondiente a $L/L_t = 0.34$ donde se observa una mayor caída de la curva DN en el Canal 3. Esto es debido a que en esta posición se ha perdido considerablemente caudal e incluso podría decirse que no hay agua circulando. El posterior crecimiento es debido al efecto de la estructura de fondo, que aumenta el valor de DN.

3. RESULTADOS

Durante el estudio se analizaron diferentes anchos de vertido. Los mismos se fijaron, adimensionalizando respecto al ancho total de la presa como $b_0/B=1/2$, $b_0/B=1/3$ y $b_0/B=1/6$, es decir, asumida una escala 1:15 en prototipo serían anchos de vertido de 22.5, 15 y 7.5 m. Asimismo, el modelo ha sido alimentado con diferentes caudales específicos en la entrada (q_e) que corresponderían a valores entre 2.5 y 15 $m^3 s^{-1}$ por metro en prototipo, que utilizando la Ec. 3 corresponden a $(y_c/h)_e$ entre 0.72 y 2.37.

En cuanto a las alturas del modelo, se estudió la expansión de la lámina de agua correspondiente a los escalones 22, 32, 42, 52 and 62, que se corresponden con alturas adimensionales L/L_t de 0.34; 0.51; 0.67; 0.84 y 1.00. Dichas alturas se han obtenido a partir de la Ec. 4 considerando que L es la coordenada del punto de medición con origen en el extremo de aguas arriba del vertedero y L_t es la longitud total del aliviadero.

3.1. Determinación de la distribución de caudal específico

La información de aforo de los diversos ensayos se correlacionó con la distribución del DN imponiendo la conservación de la masa. En flujo permanente, ésta se asegura si a una altura determinada, el área bajo la curva de distribución transversal del caudal específico (q), evaluada en el ancho del aliviadero (B), es igual al caudal de entrada (Q). Asimismo, la integral de la curva de caudal específico (q), entre los límites de uno de los tres canales de aforo, debe ser igual al caudal total medido en dicho canal.

Teniendo en cuenta esta consideración el ajuste de la distribución de caudal se obtuvo siguiendo los siguientes pasos:

1. Se obtuvo la distribución de caudal específico en los canales 2 y 3, mediante una relación lineal encontrada entre el DN promedio de los mismos y los caudales específicos aforados.

- Se validó el ajuste de los canales 2 y 3, mediante la evaluación del error en conservación de la masa existente. El máximo error encontrado es 3% y se valida el ajuste para esta zona.
- Se estimó la distribución de caudal total, considerando la información de aforos del canal 1, el análisis del ancho mínimo de vertido (que se detalla en la puesta a punto de la instalación en Estrella (2013) e imponiendo la conservación de la masa. Dando como resultado la siguiente ecuación:

$$\frac{q}{q_e} = a \cdot \left(\frac{x}{B}\right)^b \quad (8)$$

- Se definieron los coeficientes “a” y “b” de la Ec. 5 en función del caudal específico a la entrada y de la posición (altura) considerada. Tales coeficientes se ajustaron utilizando los diferentes ensayos, lo que permitió definir las Ecs. (6) y (7) y obtener los coeficientes de ajuste de la Tabla 1.

$$a = \alpha_{1,1} \cdot \left(\frac{y_c}{h}\right)_e \cdot \left(\frac{L}{L_t}\right) + \alpha_{1,2} \cdot \left(\frac{y_c}{h}\right)_e + \alpha_{2,1} \cdot \left(\frac{L}{L_t}\right) + \alpha_{2,2} \quad (9)$$

$$b = \beta_{1,1} \cdot \left(\frac{y_c}{h}\right)_e \cdot \left(\frac{L}{L_t}\right) + \beta_{1,2} \cdot \left(\frac{y_c}{h}\right)_e + \beta_{2,1} \cdot \left(\frac{L}{L_t}\right) + \beta_{2,2} \quad (10)$$

Tabla 5. Coef. α y β para calcular “a” y “b” en función de $(y_c/h)_e$ y L/L_t .

i	$\alpha_{i,1}$	$\alpha_{i,2}$	$\beta_{i,1}$	$\beta_{i,2}$
1	-0.063	0.074	-0.4047	0.4803
2	0.249	-0.136	1.4627	-2.3756

- Obtenidos “a” y “b” se calculó el error en la conservación de la masa respecto a los caudales aforados. Encontrando un error promedio de todos los ensayos menor a 5%, con desviación estándar de 0.04 y error máximo de 14%. Dado que el error promedio obtenido es menor al asumido en la medida se validó el procedimiento.

3.2. Comparación de los resultados obtenidos con las Ecs. 5, 6 y 7 y los aforos medidos

Validada la metodología propuesta para estimar la distribución transversal del caudal específico normalizado obtenida utilizando las Ecs. 5, 6 y 7; es posible estimar la misma para diferentes caudales de entrada $(y_c/h)_e$ entre 0.72 y 2.37 y diferentes alturas del aliviadero L/L_t entre 0.34 y 1.00.

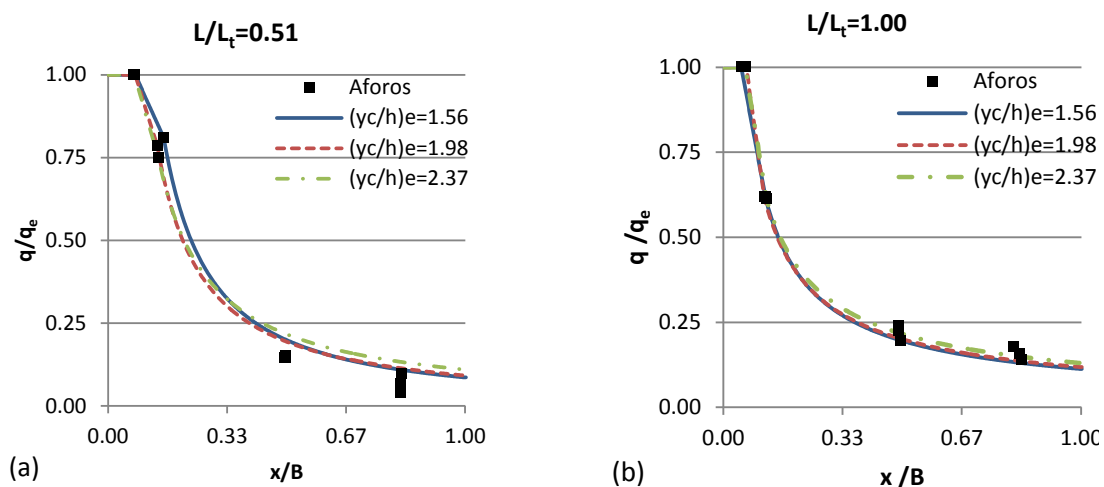


Figura 6. Ejemplos de la distribución transversal de caudal específico normalizado obtenidos con la Ec. (8), para diferentes caudales de vertido $(y_c/h)_e$. (a) $L/L_t = 0.5$; (b) $L/L_t = 1.0$.

Como ejemplos de la distribución transversal del caudal específico se muestran los ensayos correspondientes los ensayos para $(y_c/h)_e=1.56; 1.98$ y 2.37 . En líneas se presentan las curvas estimadas con las Ecs. 5, 6 y 7; y los puntos corresponden a los aforos medidos en cada sección. La Fig. 6(a) presenta la distribución obtenida en el escalón 32, es decir a una altura adimensional $L/L_t = 0.51$, la Fig. 6(b) presenta la distribución obtenida en el escalón 62, es decir a una altura adimensional $L/L_t = 1.00$.

Observando las gráficas se puede ver que las curvas obtenidas por el método presentado tienen un buen acuerdo con las medidas de aforo de cada canal, sin embargo, en la parte alta del aliviadero existe una ligera sobrestimación en la zona correspondiente al Canal 2. Aun así el método se da por válido, porque el error promedio en la conservación de la masa resultó menor que el 5%.

4. CONCLUSIONES

El comportamiento hidráulico de aliviaderos escalonados sin cajeros laterales muestra una expansión lateral de la lámina de agua y en consecuencia existe una distribución transversal del caudal diferenciada a lo largo y ancho del aliviadero. Para definir esta distribución, se han correlacionado imponiendo el principio de conservación de la masa, el aforo directo de caudales y el análisis de imágenes digitales. Con ello se ha determinado que la distribución de caudal depende de dos variables: el caudal específico de entrada y la altura de la rápida escalonada. El resultado es la validación de las Ecs. 5, 6 y 7 para estimar la distribución del caudal específico en base a estas variables que adimensionalmente se representan como $(y_c/h)_e$ y L/L_t . Conocida la distribución del caudal específico y utilizando las características geométricas del modelo es posible caracterizar la variación transversal del tipo de flujo utilizando las Ecs. 1 y 2 planteadas por Amador (2005).

Es importante destacar que la distribución del caudal se ha estimado utilizando la geometría de ALIVESCA (altura de escalón 1.20 m y pendiente 0.8), sería de interés que en el futuro se estudie este comportamiento en modelos con diferentes pendientes y tamaños de escalón, para entender la dependencia de estas variables en la expansión lateral. Igualmente sería deseable también contar con un aliviadero más ancho y que permita caracterizar caudales de entrada mayores. Otro tema de interés a futuro es definir la influencia de la expansión lateral del flujo dada la ausencia de cajeros laterales en la disipación de energía del aliviadero.

AGRADECIMIENTOS

Al Ministerio de Ciencia e Innovación del Gobierno de España, por apoyar la propuesta presentada al Programa Nacional de Proyectos de Investigación Aplicada en el marco del Plan Nacional de I+D+I 2008-2011. A DRAGADOS y al Centro de Estudios Hidrográficos del CEDEX, por su contribución al desarrollo de este proyecto de investigación aplicada colaborativa; y a la Secretaria Nacional de Educación Superior, Ciencia, Tecnología e Innovación (SENESCYT) del Gobierno Nacional de la República del Ecuador, por el apoyo financiero concedido para realización del doctorado de Soledad Estrella Toral.

REFERENCIAS

- Amador, A., 2005. *Comportamiento hidráulico de los aliviaderos escalonados*. En: Presas de Hormigón Compactado. UPC BARCELONATECH, España..
- Chamani, M.R., N. Rajaratnam, 1999. Onset of skimming flow on stepped spillways. *J. Hydraul. Eng.*, 125(9), 969-71.

- Chanson, H., 1996. Prediction of the transition nappe/skimming flow on a stepped channel. *J. Hydraul. Res. IAHR*, 34(3), 421-29.
- Chanson, H., 2006. Hydraulics of skimming flows on stepped chutes: The effects of inflow conditions?. *J. Hydraul. Res.*, 44(1), 51-60.
- Chanson, H., L. Toombes, 2004. Hydraulics of stepped chutes: The transition flow. *Journal of Hydraulic Research* 42(1), 43-54.
- Elviro García, V., I.C. Mateos Iguacel, 1995. Aliviaderos escalonados: Diseño de la transición entre El umbral y la rápida escalonada. *Ingeniería Civil*, 99, 101-6.
- Estrella, S., 2013. *Comportamiento hidráulico de aliviaderos escalonados sin cajeros laterales en presas de HCR*. UPC BARCELONATECH, España.
- Estrella, S., M. Sánchez-Juny, J. Dolz, R. Ibáñez de Aldecoa, 2011. Aliviaderos escalonados sin cajeros laterales. In: *II Jornadas de Ingeniería del Agua 2011: Modelos numéricos y dinámica fluvial*. Barcelona, España.
- Felder, S., H. Chanson, 2011. Energy dissipation down a stepped spillway with non-uniform step heights. *J. Hydraul. Eng.-ASCE*, 137(11), 1543.
- Hunt, S.L., 2008. *Design of converging stepped spillways*. Colorado State University, Ft. Collins, CO, US.
- Marti-Cardona, B., C. Lopez-Martinez, J. Dolz, E. Bladé, 2010. ASAR polarimetric, multi-incidence angle and multitemporal characterization of Doñana Wetlands for flood extent monitoring. *Remote Sens. Environ.*, 114, 2802-15.
- Meireles, I., 2004. Caracterização do escoamento deslizante sobre turbilhões e energia específica residual em descarregadores de Cheias em Degraus. Instituto Superior Técnico de Lisboa, Portugal.
- Rajaratnam, N., 1990. Skimming flow in stepped spillways. *J. Hydraul. Eng.*, 116(4), 587-91.
- Renna, F.M., U. Fratino, 2010. Nappe flow over horizontal stepped chutes. *J. Hydraul. Res.-IAHR*, 48(5), 583-90.
- Sánchez-Juny, M., J. Dolz, 2003. Characterization of the pressure field over a stepped spillway in roller compacted concrete dams. In: Berga, L., J.M. Buil, C. Jofre, S. Chonggang (Eds), *4th International Symposium on RCC Dams*. Madrid, Spain.
- Zare, H.K., J.C. Doering, 2012. Effect of rounding edges of stepped spillways on the flow characteristics. *Can. J. Civil Eng.*, 39(2), 140-53.